



Уральский
федеральный
университет

имени первого Президента
России Б. Н. Ельцина

Институт
фундаментального
образования

Т. К. КОСТИНА
В. С. ГУЩИН
И. В. ВАНДЫШЕВА

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ФИЗИКУ

Учебное пособие



Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

Т. К. Костина
В. С. Гущин
И. В. Вандышева

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ФИЗИКУ

.....

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета
для студентов вуза
всех инженерно-технических специальностей
и направлений

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2018

УДК 530.145(075.8)

ББК 22.31я73

К72

Рецензенты:

кафедра высшей математики и физики УрТИСИ СибГУТИ, (завкафедрой доц., канд. физ.-мат. наук Н. И. Ильиных);

доц., канд. техн. наук Л. Д. Кузнецов (Уральский государственный лесотехнический университет)

Научный редактор — проф., д-р физ.-мат. наук А. А. Повзнер

На обложке изображение с сайта <http://derzhava.today/5-kvantovyih-eksperimentov-dokazyivayushhih-illyuzornost-realnosti/>

Костина, Т. К.

К72 Введение в квантовую физику : учеб. пособие / Т. К. Костина, В. С. Гущин, И. В. Вандышева. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018. — 252 с.

ISBN 978-5-7996-2357-9

Учебное пособие «Введение в квантовую физику» предназначено для студентов УрФУ, обучающихся на инженерных направлениях подготовки и специальностях, изучающих курс физики в соответствии с рабочей программой курса «Физика» и образовательными стандартами. Учебное пособие содержит материалы лекций, обсуждение основных физических законов и соотношений. Изложение материала сопровождается анализом и решением задач и примеров. Использование студентами данного учебного пособия позволит улучшить уровень их подготовки по данному разделу курса «Физика». Интегрирование знаний о природе материи и физических законов в смежные науки позволяет студенту рациональнее и эффективнее использовать полученные в ходе обучения компетенции для решения профессиональных задач.

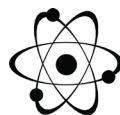
Табл. 8. Рис. 68.

УДК 530.145(075.8)

ББК 22.31я73

ISBN 978-5-7996-2357-9

© Уральский федеральный
университет, 2018



Оптика — это учение о свете. По мере развития физики представления о том, что такое свет, постоянно изменялись и совершенствовались. До начала XX в. господствовала волновая теория, согласно которой свет — это электромагнитные волны малой длины, поэтому световые явления должны описываться теми же уравнениями Максвелла, которые описывают возникновение и распространение электромагнитных волн с учетом их взаимодействия с веществом. Однако ряд явлений, связанных с испусканием и поглощением света, нельзя объяснить в рамках классической электродинамики; они носят квантовый характер и составляют предмет раздела физики «Квантовая оптика». Сюда входят такие явления, как тепловое излучение нагретых тел, фотоэффект, эффект Комптона и другие.

1.1. Тепловое излучение

1.1.1. Тепловое излучение нагретых тел

Все тела, нагретые до высокой температуры, начинают светиться. Излучение, испускаемое нагретыми телами, называется тепловым — его легко обнаружить на опыте. Не следует думать, что тепловое излучение возникает только при высоких температурах. Оно происходит и при комнатной и при более низкой температуре — разница лишь в том, что при понижении температуры уменьшается интенсивность излучения и изменяется его спектральный состав. При более низкой температуре испускаются в основном невидимые для глаза инфра-

красные лучи. Инфракрасное излучение испускают все тела в природе, так как их возникновение обусловлено хаотическим движением молекул и атомов в любом веществе. При повышении температуры энергия инфракрасного излучения тела быстро возрастает. На шкале электромагнитных волн они занимают обширный участок — от 10^6 до 10^3 нм. На опыте невидимые инфракрасные лучи обнаруживаются по их тепловому действию; попадая на тело с более низкой температурой, они вызывают его нагревание.

Если нагревать металлическую спираль, то при достижении температуры около 500°C она начнет излучать красный свет. При дальнейшем повышении температуры интенсивность излучения возрастает, а цвет становится сначала оранжевым, затем желтым и, наконец, белым. Если наблюдения проводить с помощью спектроскопа, то сначала появится красный край спектра, затем к нему добавятся оранжевая, желтая, голубая, синяя и фиолетовая области. Таким образом, с повышением температуры повышается интенсивность теплового излучения и в нем появляется излучение все более высоких частот. Тело, нагретое до температуры в несколько тысяч градусов, имеет сплошной спектр излучения от невидимого излучения высоких частот (γ -излучение, рентгеновское излучение) до невидимого излучения малых частот (инфракрасное излучение, радиоволны). Такой спектр имеет Солнце, температура которого — порядка 6000°C . Солнечные лучи приносят каждую секунду на каждый квадратный метр поверхности Земли 1370 Дж. Эта величина называется солнечной постоянной. Тела, на которые падает солнечный свет, сильно нагреваются. Следовательно, свет обладает энергией и переносит ее в пространстве.

В свою очередь любое нагретое тело является источником излучения. Опыты показали, что чем больше тело испускает лучей при некоторой температуре, тем лучше оно поглощает такие же лучи при такой же температуре. Иными словами, тела, которые лучше испускают свет, лучше его и поглощают.

Когда какие-либо тела находятся недалеко друг от друга, то каждое из них создает свое излучение и одновременно поглощает излучение других тел. То тело, у которого самая высокая температура, получает меньше энергии, чем уносит его излучение, поэтому температура такого тела понижается. И наоборот, тело с наименьшей температурой, поглощая излучение, получает больше энергии, чем уносит его собственное излучение, поэтому это тело нагревается. Таким образом,

в природе между всеми телами происходит обмен энергией, что способствует выравниванию их температур.

Инфракрасное излучение Земли уносит энергию в мировое пространство, что способствует охлаждению ее поверхности, поэтому в пустынях, где атмосфера прозрачна, ночью становится холодно, хотя днем бывает очень жарко. Если есть облака, то инфракрасное излучение с поверхности Земли отражается от них, и потери энергии с поверхности Земли уменьшаются, поэтому зимой при густой облачности на поверхности Земли становится теплее. Инфракрасное излучение используют:

- для сушки материалов (например, продуктов);
- фотографирования в темноте;
- обнаружения замаскированного противника;
- определения разницы температур на отдельных участках поверхности планет (например, Марса).

Ультрафиолетовое излучение, которое есть в солнечном излучении, сильно поглощается земной атмосферой, и у поверхности Земли его сравнительно немного, а высоко в горах его значительно больше. Ультрафиолетовое излучение убивает бактерии и вызывает загар. Ультрафиолетовое излучение используют:

- для обнаружения скрытых надписей или стертого текста, так как многие вещества при поглощении ультрафиолета начинают испускать видимый свет;
- изучения строения наружных электронных оболочек атома;
- лечения некоторых заболеваний.

Для количественной оценки теплового излучения нагретого тела вводятся физические величины, которые подробно будут рассмотрены в последующих разделах.

1.1.2. Проблема теплового излучения

Электромагнитное излучение, испускаемое источником, уносит с собой энергию. В зависимости от природы источника различают и виды излучения. *Тепловое излучение* — самое распространенное в природе, иногда его называют *температурным излучением*. Оно совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества, то есть за счет внутренней энергии, и свойственно всем телам при тем-

пературе выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, в нем присутствуют абсолютно все длины волн от 0 до ∞ . Распределение излучаемой энергии по длинам волн носит экстремальный характер. Положение максимума зависит от температуры тела. При высоких температурах преимущественно излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, а при низких — длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — единственный вид излучения, который может быть равновесным. Чтобы составить представление о характере теплового излучения, рассмотрим несколько тел, нагретых до различной температуры и помещенных в замкнутую полость, стенки которой полностью отражают падающее на них излучение. Опыт показывает, что такая система, в конце концов, приходит в состояние теплового равновесия, при котором температура всех тел становится одинаковой. Так происходит и в том случае, когда между телами в полости будет вакуум, и тела могут обмениваться энергией только путем испускания и поглощения электромагнитных волн. За любой промежуток времени испускаемая телами энергия становится равной поглощаемой энергии, и плотность энергии излучения в пространстве между телами достигает определенной величины, соответствующей установившейся температуре. Такое состояние излучения в полости остается неизменным во времени. Оно находится в термодинамическом равновесии с телами, имеющими определенную температуру, поэтому его называют *равновесным* или *черным излучением*.

Оказывается, плотность энергии равновесного излучения и его спектральный состав совершенно не зависят от размеров и формы полости и от свойств находящихся в ней тел. Характер равновесного излучения зависит только от температуры, поэтому можно говорить о температуре самого излучения, считая ее равной температуре тел, с которыми оно находится в тепловом равновесии. Равновесное излучение однородно, изотропно и неполяризовано.

Нарушение равновесия приводит к преобладанию одного из процессов — излучения или поглощения. Если, например, тело больше излучает, то его внутренняя энергия уменьшается, и происходит понижение его температуры и уменьшение интенсивности излучения до тех пор, пока излучение и поглощение не уравниваются.

Всякое другое излучение, возбуждаемое не нагреванием, а каким-либо другим способом, не приводит к установлению статистическо-

го равновесия. Например, если в теплоизолированную полость поместить тело, которое светится благодаря предварительному облучению ультрафиолетовыми лучами, то свечение этого тела постепенно ослабнет и прекратится. Таким образом, *нетепловое излучение всегда неравновесно*.

1.1.3. Характеристики теплового излучения

Введем основные характеристики теплового излучения. Пусть на тело падает поток излучения (Φ), часть этого потока отразится ($\Phi_{\text{отр}}$), часть — поглотится ($\Phi_{\text{погл}}$), а часть пройдет сквозь тело ($\Phi_{\text{прох}}$). По закону сохранения энергии имеем:

$$\Phi = \Phi_{\text{отр}} + \Phi_{\text{погл}} + \Phi_{\text{прох}}.$$

Разделим обе части равенства на величину Φ , получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi}{\Phi} &= \frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\text{прох}}}{\Phi} \\ \text{или } 1 &= \rho + a + D \end{aligned} \right\},$$

где: $\rho = \frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi}$ — отражательная способность тела (коэффициент отражения); $a = \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi}$ — поглощательная способность тела (коэффициент поглощения); $D = \frac{\Phi_{\text{прох}}}{\Phi}$ — коэффициент пропускания.

Если тело непрозрачное, то $D = 0$, и тогда имеем:

$$1 = \rho + a.$$

Опыт показывает, что все коэффициенты зависят от длины волны падающего излучения (λ) и температуры тела (T). Для монохроматического излучения они называются *спектральными*.

Зависимость коэффициентов ρ , a , D от длины волны является причиной окраски тел, не испускающих собственного света. Если тело освещается белым, но кажется красным, то это значит, что коэффициент поглощения зелено-фиолетовой части видимого спектра близок

к единице, а для красного — близок к нулю. Соответственно, коэффициент отражения этого тела для красных лучей близок к единице.

Тело, которое поглощает все падающее на него излучение любой длины волны при любой температуре, называется *абсолютно черным телом* (АЧТ). Для АЧТ

$$a_{\lambda T} = 1 \text{ и } \rho_{\lambda T} = 0.$$

Тело, которое абсолютно не поглощает, но полностью отражает все падающее на него излучение, называется *абсолютно белым телом* (АБТ). Для АБТ

$$a_{\lambda T} = 0 \text{ и } \rho_{\lambda T} = 1.$$

Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех длин волн, называется *серым телом*. Для серого тела

$$a_{\lambda T} = \text{const} < 1.$$

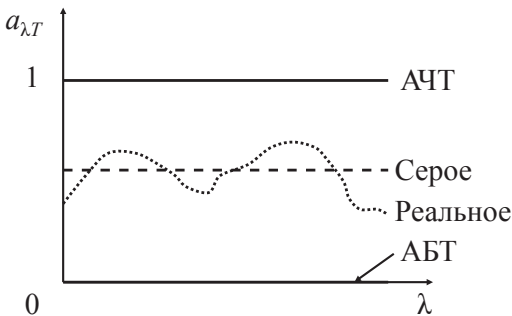


Рис. 1.1

Изобразим зависимость спектрального коэффициента поглощения от длины волны при данной температуре для АЧТ, АБТ, серого и реального тел (рис. 1.1).

При изменении температуры характер кривой $a = f(\lambda)$ для реального тела может измениться. Лучи, сильно поглощающиеся при одной температуре, могут пропускаться при другой тем-

пературе — и наоборот. Для АЧТ, АБТ и серого тел спектральный коэффициент поглощения остается постоянным.

Нагретые тела излучают энергию в виде электромагнитных волн различных длин — инфракрасные, видимые, ультрафиолетовые и другие. Опыт показывает, что энергия излучения неравномерно распределяется по длинам волн, испускаемых нагретым телом.

Для количественной характеристики теплового излучения введем величины:

e_T — интегральная лучеиспускательная способность, то есть энергия, излученная с единицы поверхности нагретого тела в единицу времени по всем длинам волн при данной температуре:

$$e_T = \frac{W_{\text{изл}}}{St}; \quad [e_T] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2};$$

$e_{\lambda T}$ — спектральная излучательная способность нагретого тела, то есть энергия, излученная с единицы поверхности в единицу времени в единичном интервале длин волн вблизи определенной длины волны при данной температуре:

$$e_{\lambda T} = \frac{W_{\lambda T}^{\text{изл}}}{S \, d\lambda}; \quad [e_{\lambda T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Очевидно, что энергия излучения в интервале длин волн от λ до $(\lambda + d\lambda)$ с единицы поверхности излучающего тела в единицу времени может быть выражена в виде уравнения

$$de_T = e_{\lambda T} \cdot d\lambda,$$

а полная лучеиспускательная способность (в интервале длин волн от 0 до ∞) может быть записана в виде

$$e_T = \int de_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda T} d\lambda.$$

Изобразим распределение энергии излучения по длинам волн, испускаемым нагретым телом при $T = \text{const}$. Площадь заштрихованной полоски равна произведению $e_{\lambda T}$ на $d\lambda$ и представляет собой энергию излучения с 1 м^2 поверхности в единицу времени и участком спектра от λ до $(\lambda + d\lambda)$.

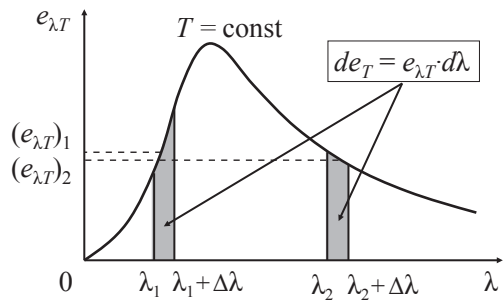


Рис. 1.2

Она может быть записана в следующем виде:

$$de_T = e_{\lambda T} d\lambda.$$

Площадь, заключенная между кривой и осью абсцисс, дает интегральную плотность излучения и должна быть записана в виде

$$e_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda T} d\lambda.$$

Каждое реальное тело при определенной температуре характеризуется своей кривой лучеиспускательной способности в различных частях спектра и своим значением полной (интегральной) лучеиспускательной способности.

1.1.4. Закон Кирхгофа

При тепловом излучении энергия теплового движения атомов в теле переходит в энергию электромагнитных волн. При поглощении света происходит обратный процесс перехода лучистой энергии в тепловую. Для установления связи между взаимными превращениями энергий применимы методы термодинамики.

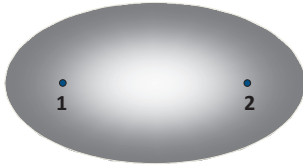


Рис. 1.3

Рассмотрим полость в форме эллипсоида, стенки которого идеально отражают, то есть они полностью зеркальны. Откачаем воздух и в фокусы эллипсоида поместим два тела, площадь поверхности каждого — 1 м^2 .

Опыт показывает, что через некоторое время тела придут в равновесие, а их температуры сравняются. Внутри полости — вакуум, поэтому тела могут обмениваться энергией между собой и оболочкой лишь путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Однако тело, обладающее большей излучательной способностью, теряет с единицы площади в единицу времени больше энергии, чем тело, обладающее меньшей излучательной способностью. Отсюда следует, что это тело может находиться при постоянной температуре только в том случае, если оно и больше поглощает. Таким образом, при установлении в системе термодинамического равновесия возникает необходимость пропорциональности между излучательной и поглощательной способностью тел. Установим эту зависимость, используя следующие обозначения для двух рассматриваемых тел:

Характеристики излучения	Тело 1	Тело 2
Поглощательная способность тел	a_1	a_2
Отражательная способность тел	$\rho_1 = 1 - a_1$	$\rho_2 = 1 - a_2$
Интегральная излучательная способность	$(e_T)_1 = a_1 W_1$	$(e_T)_2 = a_2 W_2$
Энергия, отданная телом с единицы площади в единицу времени	W_1	W_2

Теперь запишем уравнения для энергии, которую отдают тела 1 и 2, учитывая, что она складывается из энергии излучения и энергии отражения:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= (e_T)_1 + (1 - a_1)W_2 = a_1W_2 + W_2 - a_1W_2 = W_2 \\ W_2 &= (e_T)_2 + (1 - a_2)W_1 = a_2W_1 + W_1 - a_2W_1 = W_1 \end{aligned} \right\}.$$

В результате получим, что $W_1 = W_2$. Это означает, что в системе устанавливается термодинамическое равновесие, то есть оба тела имеют одинаковую температуру. Теперь запишем уравнения для энергии, излучаемой телами 1 и 2.

$$(e_T)_1 = (a_T)_1 W_2,$$

$$(e_T)_2 = (a_T)_2 W_1.$$

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{(e_T)_1}{(e_T)_2} = \frac{(a_T)_1}{(a_T)_2} \text{ или } \left(\frac{e_T}{a} \right)_1 = \left(\frac{e_T}{a} \right)_2. \quad (1.1)$$

Поскольку мы взяли произвольные тела, то получается, что отношение интегральной испускательной способности любого тела к его поглощательной способности при данной температуре есть величина постоянная, то есть она не зависит от материала тела.

Предположим, что одно из тел (тело 2) абсолютно черное. Обозначим его интегральную излучательную способность через E_T и учтем, что $a_T = 1$. Тогда уравнение (1.1) примет вид

$$\left(\frac{e_T}{a} \right) = E_T.$$

Таким образом, отношение интегральных излучательных и поглощательных способностей любых тел при данной температуре есть величина постоянная, не зависящая от природы тел, и равная интегральной излучательной способности АЧТ при данной температуре.

Это соотношение было теоретически выведено в 1860 г. Кирхгофом и прекрасно подтвердилось на опыте. Можно доказать справедливость закона Кирхгофа и для спектральных величин, то есть установить соотношение

$$\left(\frac{e_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} \right) = E_{\lambda T}.$$

Отношение спектральных излучательных и поглощательных способностей для любых тел при одинаковой температуре и для одной и той же длины волны одинаково и не зависит от природы этих тел. Это отношение является универсальной функцией длины волны и температуры и равно спектральной лучеиспускательной способности АЧТ.

Из уравнения (1.1) следует:

- тепловое излучение АЧТ во всех частях спектра интенсивнее излучения нечерного тела, имеющего такую же температуру; так как для АЧТ $a_{\lambda T} = 1$, а для остальных тел $a_{\lambda T} < 1$ и $e_{\lambda T} = a_{\lambda T} E_{\lambda T}$;
- тело, которое сильнее поглощает падающее на него излучение, сильнее его и излучает.

1.1.5. Законы излучения АЧТ

Абсолютно черное тело (АЧТ), согласно закону Кирхгофа, — наиболее сильный излучатель. Для проверки этого положения и экспериментального исследования $E_{\lambda T}$ В. А. Михельсон предложил модель АЧТ — маленькое отверстие в стенке полости, сделанной из любого материала.

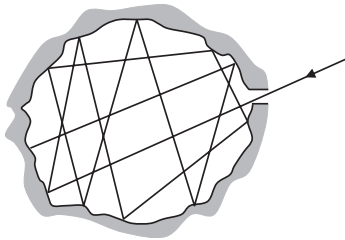


Рис. 1.4

Луч, падающий извне на отверстие, попадает внутрь и испытывает многократное отражение от стенок; при каждом отражении луча будет происходить частичное поглощение его энергии, поэтому интенсивность выходящего обратно луча практически равна нулю.

Таким образом, отверстие будет практически полностью поглощать все падающие на него лучи и, следовательно, будет являться АЧТ. Если нагреть стенки полости до некоторой температуры, то это же отверстие может и излучать энергию, значит, можно определить спектральную лучеиспускательную способность АЧТ.

В настоящее время распределение излучательной способности АЧТ по длинам волн хорошо изучено. При постоянной температуре зависимость спектральной излучательной способности от длины волны имеет вид, представленный на рис. 1.5.

Кривая имеет максимум излучения $(E_{\lambda T})_{\max}$, который приходится на длину волны λ_{\max} . Опыт показывает, что излучение АЧТ быстро

возрастает с температурой. При повышении температуры максимум смещается в сторону коротких длин волн и становится более острым. Это объясняет хорошо известный факт, что светимость, а, следовательно, и яркость тел быстро возрастает с повышением температуры, одновременно меняется и цвет испускаемого света.

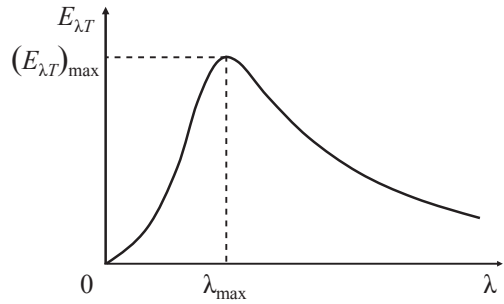


Рис. 1.5

При низкой температуре максимум излучательной способности лежит в области больших длин волн и тело испускает преимущественно инфракрасные лучи. В этом случае глаз не воспринимает света. При температуре около $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ нагретое тело светится темно-красным цветом. При дальнейшем повышении температуры свечение тела становится все более и более белым, так как максимум излучения АЧТ смещается в сторону коротких длин волн.

Таким образом, спектральная излучательная способность АЧТ — это функция длины волны и температуры:

$$E_{\lambda T} = E_{\lambda T}(\lambda, T).$$

Термодинамика не позволяет найти вид этой функции, но устанавливает ряд законов излучения АЧТ.

1. Закон Стефана — Больцмана:

$$E_T = \sigma T^4,$$

где E_T — интегральная излучательная способность АЧТ, то есть энергия, излучаемая за единицу времени с единицы поверхности АЧТ при температуре T ; T — температура АЧТ; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$ — постоянная Стефана — Больцмана.

Таким образом, *интегральная излучательная способность АЧТ пропорциональна его температуре в четвертой степени*. Тогда энергия, излученная со всей поверхности тела за некоторое время t , может быть рассчитана по уравнению

$$W = \sigma T^4 S t,$$

где S — площадь поверхности излучающего тела; t — время излучения.

На графике $E_{\lambda T} = E_{\lambda T}(\lambda, T)$ интегральная излучательная способность АЧТ определяется площадью, которая заключена между кривой излучения и осью абсцисс (рис. 1.5).

Закон Стефана — Больцмана указывает на чрезвычайно быстрый рост мощности излучения с ростом температуры.

2. Закон смещения Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T},$$

где λ_0 — длина волны, на которую приходится максимум спектральной излучательной способности; T — температура АЧТ; b — постоянная Вина, $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$, м · К.

Таким образом, *длина волны, на которую приходится максимум излучения АЧТ, обратно пропорциональна его температуре.*

Следовательно, при повышении температуры растет не только полное излучение, но изменяется и распределение энергии по спектру. При малых температурах тела излучают главным образом инфракрасные лучи, по мере повышения температуры излучение делается красноватым, оранжевым и, наконец, белым.

3. Второй закон Вина:

$$(E_{\lambda T})_{\max} = cT^5,$$

где $(E_{\lambda T})_{\max}$ — максимальное значение спектральной излучательной способности АЧТ при температуре T ; T — температура АЧТ; c — постоянная Вина, $c = 1,3 \cdot 10^{-5}$, Дж/м³ · К⁵.

Таким образом, *максимум спектральной излучательной способности АЧТ возрастает пропорционально пятой степени температуры.*

Однако все эти законы не решают задачи о распределении энергии в спектре АЧТ по длинам волн.

Строгая попытка теоретического вывода $E_{\lambda T}$ была сделана Рэлеем и Джинсом. Они исходили из рассмотрения стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости. Источниками электромагнитных волн являются колеблющиеся атомы нагретого тела, представляющие собой линейные гармонические осцилляторы. В данном интервале $d\lambda$ определялось число осцилляторов, и к ним применяли классический

закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Средняя энергия на одну степень свободы равна $\frac{1}{2}kT$. Поскольку линейный осциллятор имеет две степени свободы, то его средняя энергия равна kT . В результате было получено выражение

$$E_{\lambda T} = \nu \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT.$$

Выражение, полученное Рэлеем и Джинсом, согласуется с экспериментом только в области больших длин волн и высоких температур (рис. 1.6). В области коротких длин волн формула Рэлея — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина. Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана из формулы Рэлея — Джинса приводит к абсурду и противоречит закону Стефана — Больцмана:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda T} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT d\lambda \rightarrow \infty.$$

Этот результат получил название «Ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить закон распределения энергии в спектре излучения АЧТ. Очевидно, электромагнитная теория становится неприменимой для излучения с короткими длинами волн. Задача о равновесии излучения с использованием линейного гармонического осциллятора привела к абсурдному результату. Проблема теплового излучения зашла в тупик.

1.1.6. Формула Планка и ее следствия

Для определения вида функции распределения энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн при температуре T понадобились совершенно новые идеи о механизме испускания света. В 1900 г. Макс Планк высказал гипотезу, что поглощение и испускание энергии электромагнитного излучения возможно только отдельными порциями, которые получили название *квантов энергии*. Величина кванта энергии ε пропорциональна частоте излучения ν (и обратно пропорциональна длине волны λ)

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1.2)$$

Коэффициент пропорциональности называется *постоянной Планка*, которая играет исключительно важную роль в современной физике — ее значение определено с высокой точностью: $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Зная частоту или длину волны излучения, всегда можно рассчитать величину кванта энергии. Например, в видимой части спектра (для $\lambda = 0,5$ мкм) величина кванта энергии равна

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 3,79 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,4 \text{ эВ}.$$

Таким образом, излучение нагретого тела — это поток локализованных в пространстве дискретных квантов, движущихся со скоростью света в вакууме. Кванты электромагнитного излучения называются *фотонами*. Опыт показал, что пока квант существует, он движется со скоростью света ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с, в вакууме). Ни при каких условиях квант не может замедлить свое движение или остановиться. При встрече с веществом он может поглотиться — тогда квант исчезает, а его энергия переходит веществу. Квант не имеет массы покоя. Это отличает его от частиц вещества, например, электронов, протонов. Квант — это квазичастица, так как он имеет энергию, импульс, но не имеет массы покоя, поскольку всегда движется со скоростью света. Массу фотона можно найти из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m_{\phi} c^2 = h\nu \Rightarrow m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Так как фотон — частица, которая всегда движется в вакууме со скоростью света (и имеет массу покоя, равную нулю), импульс фотона можно найти как

$$P_{\phi} = m_{\phi} c = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.3)$$

Согласно гипотезе Планка, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно (как считает классическая физика), а отдельными порциями. Среднюю энергию осциллятора в этом случае нельзя принимать равной kT , она может быть рассчитана по уравнению

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{\frac{hc}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}.$$

Тогда спектральная излучательная способность абсолютно черного тела принимает вид

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (1.4)$$

Выражение (1.4) называется *формулой Планка*. Данная функция блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре АЧТ во всем интервале частот и температур (рис. 1.6).

Опираясь формулой Планка, можно получить все законы излучения абсолютно черного тела.

1. Закон Стефана — Больцмана получим, вычислив площадь под графиком функции $E_{\lambda T}$ во всем диапазоне длин волн от 0 до ∞ , то есть взяв интеграл

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda T} d\lambda = \sigma T^4, \quad (1.5)$$

где $\sigma = 1,08 \frac{12\pi h}{c^2} \left(\frac{k}{h} \right)^4$.

Расчет σ в соответствии с (1.5) дает результат, совпадающий с эмпирическим значением постоянной.

2. Закон смещения Вина и его константу можно получить из формулы Планка путем нахождения максимума функции $E_{\lambda T}$. Для этого нужно продифференцировать функцию $E_{\lambda T}$ по λ и приравнять производную к нулю. В результате получится

$$\lambda_0 T = \frac{ch}{4,96k} = b. \quad (1.6)$$

Расчет константы b с помощью выражения (1.6) дает результат, совпадающий с эмпирическим значением постоянной Вина. В области малых частот, когда энергия кванта очень мала в сравнении с энергией теплового движения kT , формула Планка совпадает с формулой Рэлея — Джинса.

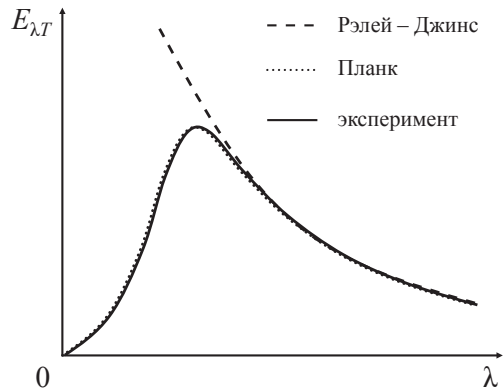


Рис. 1.6

Таким образом, *формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но содержит в себе частные законы теплового излучения, следовательно, формула Планка — это полное решение основной задачи теплового излучения*, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным благодаря революционной гипотезе Планка.

1.2. Фотоэлектрический эффект

1.2.1. Явление внешнего фотоэффекта. Экспериментальные законы фотоэффекта

В 1887 г. Герц обнаружил, что при облучении ультрафиолетовыми лучами искрового промежутка, находящегося под высоким напряжением, облегчается разряд через воздух, то есть разряд происходит при таком расстоянии между электродами, при котором в отсутствие облучения он не происходит.

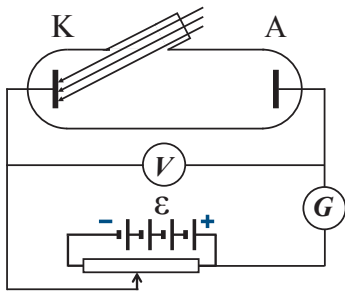


Рис. 1.7

На основании опытов было установлено, что под действием излучения из металла вылетают отрицательные заряды. Такой фотоэффект стали называть внешним. Позднее было установлено, что заряды, вылетающие из металла, представляют собой электроны. *Внешний фотоэффект* — это выбивание электронов с поверхности металла под действием падающего на него излучения.

Большие заслуги в изучении фотоэффекта принадлежат русскому физiku А. Г. Столетову. Он создал установку, позволившую получить электрический ток с помощью внешнего фотоэффекта (фототок) и исследовать его зависимость от интенсивности и длины волны излучения.

Полированная металлическая пластинка (К), фотокатод, соединена с отрицательным полюсом батареи. Положительный полюс через гальванометр соединен с металлической сеткой (А), анодом. Оба электрода помещены в стеклянный сосуд, откуда откачен воздух. При освещении пластинки (К) в цепи возникает постоянный ток — фототок. Электроны, вырванные из катода светом, движение которых об-

уславливает фототок, называются фотоэлектронами. Сила фототока зависит от разности потенциалов между электродами. Кривая, изображающая эту зависимость, называется вольтамперной характеристикой.

Изобразим вольтамперную характеристику при неизменном лучистом потоке (рис. 1.8).

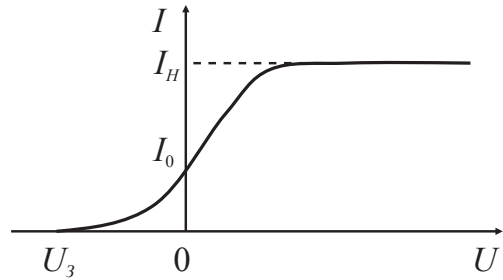


Рис. 1.8

Вольтамперная характеристика имеет ряд особенностей.

1. При увеличении ускоряющей разности потенциалов (U) сила фототока достигает максимального значения и далее остается постоянной. Этот ток называется «током насыщения», он соответствует состоянию, когда все электроны, вырванные из фотокатода, достигают анода.

$$I_n = ne, \quad (1.7)$$

где n — число электронов, дошедших до анода в единицу времени; e — заряд электрона.

2. При отсутствии напряжения между электродами сила фототока не равна нулю. Следовательно, электроны, вырванные светом из катода, имеют некоторую начальную скорость (и кинетическую энергию) и могут достигать анода без содействия внешнего поля, образуя начальный ток — I_0 .

3. Чтобы ослабить или совсем прекратить фототок, необходимо приложить между электродами тормозящее поле ($U < 0$). С возрастанием величины тормозящего поля сила фототока постепенно ослабевает. Это говорит о большом разнообразии скоростей выбитых электронов, которые освобождаются не только из поверхностных, но и из более глубоких слоев металла. Когда фототок становится равным нулю, то можно утверждать, что все электроны, даже самые быстрые, задерживаются тормозящим полем. Следовательно,

$$eU_3 = \frac{mV_{\max}^2}{2}, \quad (1.8)$$

где U_3 — задерживающий потенциал, при котором фототок обращается в нуль; e — заряд электрона; m — масса электрона; V_{\max} — скорость самого быстрого электрона.

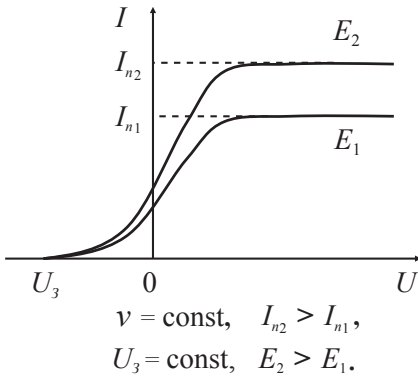


Рис. 1.9

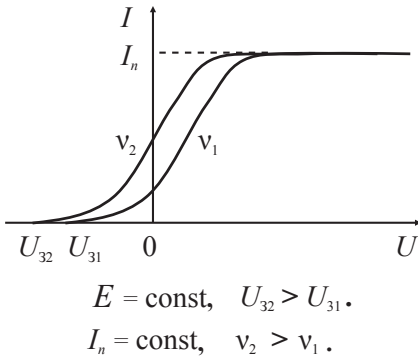


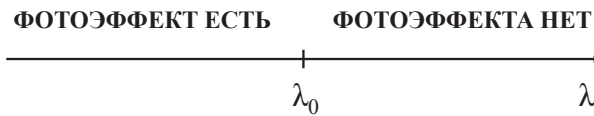
Рис. 1.10

При изучении вольтамперных характеристик для различных частот, падающего на катод излучения и различных освещенностей катода были установлены законы фотоэффекта.

1. *Первый закон*: сила фототока насыщения (I_n) пропорциональна энергетической освещенности фотокатода (E) при неизменной частоте падающего излучения ($\nu = \text{const}$). Таким образом, с увеличением освещенности фотокатода возрастает величина фототока насыщения (см. рис. 1.9).

2. *Второй закон*: величина задерживающего потенциала пропорциональна частоте падающего излучения при неизменной энергетической освещенности фотокатода. С увеличением частоты излучения увеличивается максимальная скорость фотоэлектронов (1.8), следовательно, и величина задерживающего потенциала (см. рис. 1.10).

3. *Третий закон*: для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, то есть максимальная длина волны — λ_0 (или минимальная частота — ν_0):



выше которой фотоэффект невозможен. Величина λ_0 (ν_0) зависит от химической природы вещества, состояния его поверхности.

4. *Четвертый закон*: безынерционность фотоэффекта. Промежуток времени между началом освещения и началом фототока не превышает 10^{-9} с.

Установленные экспериментально законы фотоэффекта невозможно объяснить на основе волновой теории. С классической точки зрения фотоэффект должен наблюдаться при любых длинах волн. Со-

гласно электромагнитной теории, вырывание электронов из металла происходит в результате их «раскачки» в электрическом поле световой волны. Энергия, получаемая электроном, зависит от амплитуды и времени действия волны. Кроме того, кинетическая энергия фотоэлектронов должна зависеть от интенсивности света, а не от его частоты. Время, в течение которого фотоэлектроны при «раскачке» могут накопить достаточную энергию, составляет несколько минут. Однако опыт показывает, что фотоэффект появляется практически мгновенно. Время появления фототока не превышает 10^{-9} с.

Таким образом, волновая теория света не может объяснить наличие красной границы, независимость скорости электрона от величины светового потока и безынерционность фотоэффекта.

Ранее отмечалось, что решение проблемы теплового излучения абсолютно черного тела оказалось возможным лишь после того, как Макс Планк отказался от классических представлений о непрерывном излучении электромагнитных волн веществом. Гипотеза Планка о том, что свет испускается и поглощается отдельными порциями, квантами, нашла свое подтверждение в объяснении таких явлений, как фотоэффект.

1.2.2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Объяснение законов фотоэффекта

Альберт Эйнштейн в 1905 г., опираясь на гипотезу Планка, выдвинул квантовую теорию фотоэффекта. Эйнштейн предложил рассматривать падающее на фотокатод излучение как поток квантов или фотонов. Энергия каждого фотона $\epsilon = h\nu$. Монохроматическое излучение всегда состоит из целого числа фотонов, а интенсивность его определяется числом фотонов, падающих в единицу времени на единицу поверхности. Каждый квант может провзаимодействовать лишь с одним электроном.

Увеличивая интенсивность облучения фотокатода, мы увеличиваем число квантов, падающих на фотокатод, число вырываемых электронов и, следовательно, силу фототока насыщения (1.7).

Процесс поглощения света сводится к тому, что фотоны передают всю свою энергию ($h\nu$) электронам. Чтобы выйти из металла, электрон должен совершить работу выхода (A). Энергия вылетающих электронов

различна. Наибольшей скоростью V_{\max} и кинетической энергией будут обладать электроны, вырываемые с самого верхнего энергетического уровня в металле. По закону сохранения энергии для этих электронов,

$$h\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2}. \quad (1.9)$$

Уравнение (1.9) называют *уравнением Эйнштейна* для внешнего фотоэффекта. Электроны, вылетевшие с более глубоких энергетических уровней, будут иметь, очевидно, меньшую кинетическую энергию. Из уравнения (1.9) видно, что распределение фотоэлектронов по скоростям зависит только от частоты излучения и не зависит от его интенсивности. Увеличение интенсивности излучения означает увеличение числа падающих на вещество и поглощаемых им фотонов. Условия же вырывания электронов, со-

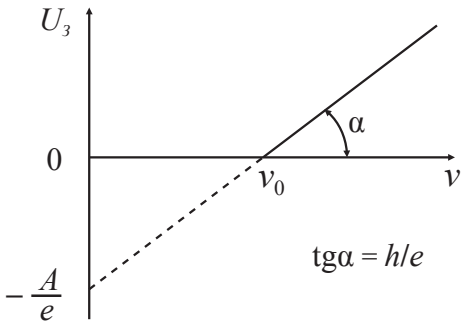


Рис. 1.11

общаемая каждому из них энергия и распределение фотоэлектронов по скоростям при этом не меняются. Запишем уравнение (1.9) с учетом выражения (1.8):

$$h\nu = A + eU_3. \quad (1.10)$$

Решим (1.10) относительно U_3 и изобразим на графике (рис. 1.11) зависимость $U_3(\nu)$, которая имеет вид

$$U_3 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}.$$

Совершенно очевидно, что задерживающий потенциал линейно зависит от частоты излучения (второй закон).

Из уравнений (1.9) и (1.10) видно, что при $\nu = \nu_0$, $U_3 = 0$, тогда

$$eU_3 = \frac{mV_{\max}^2}{2} = 0,$$

и энергия фотона равна работе выхода электрона на поверхность фотокатода. Фотоэффект при этом наблюдаться не будет. Из (1.9) получаем:

$$h\nu_0 = A \Rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

Это и есть красная граница фотоэффекта. Она зависит лишь от химической природы вещества и состояния его поверхности (третий закон).

Экспериментально полученная зависимость $U_3(\nu)$ позволяет определить красную границу фотокатода (ν_0), работу выхода фотоэлектронов, а по тангенсу угла наклона прямой определить постоянную Планка. Выполнение этой закономерности подтверждает справедливость закона сохранения энергии в элементарном акте фотоэффекта.

Практическая безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии от фотона к электрону происходит почти мгновенно (скорость распространения фотонов — это скорость света, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с) — четвертый закон.

В текущем разделе в явлении фотоэффекта электрон получает энергию только от одного фотона. Такие процессы называются *однофотонными*.

1.2.4. Другие виды фотоэлектрического эффекта

Если интенсивность света очень большая (например, лазерные пучки), то возможен *многофотонный нелинейный фотоэффект*. В этом случае электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от N фотонов ($N = 2-7$). Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта имеет вид

$$N h \nu = A + \frac{m V_{\max}^2}{2}.$$

При этом электрон приобретает энергию, необходимую для выхода из вещества даже под действием света с частотой, которая меньше красной границы — порога однофотонного фотоэффекта. В результате красная граница смещается в сторону более длинных волн.

Поглощение оптического излучения веществом (твердым, жидким или газом) часто сопровождается электрическими явлениями, которые получили название фотоэлектрического эффекта. Помимо внешнего фотоэффекта выделяют:

- **внутренний фотоэффект**, при котором происходит лишь увеличение числа свободных электронов внутри вещества, но не происходит их выхода наружу, что приводит к резкому уменьшению электрического сопротивления; наблюдается в диэлектриках и полупроводниках;

- фотогальванический эффект, при котором на границе полупроводника и металла или двух полупроводников под влиянием облучения возникает электродвижущая сила;
- фотоэффект в газообразной среде, представляющий собой фотоионизацию отдельных атомов или молекул.

1.3. Фотоны

Глубина и значимость гипотезы Планка не была очевидна в 1900 г. даже крупным ученым для дальнейшего развития физики. Эйнштейн в 1905 г. выдвинул гипотезу о том, что электромагнитное излучение не только испускается порциями (квантами), но распространяется и поглощается веществом в виде отдельных частиц электромагнитного поля — световых квантов, то есть фотонов, обладающих энергией: $E = h\nu$.

Планк, выдвигая гипотезу, считал, что квант необходим лишь как вспомогательное понятие. Эйнштейн пошел дальше: он увидел в кванте реально существующую частицу электромагнитного поля — фотон. Основные свойства фотона:

- фотон движется со скоростью света, он существует только в движении;
- фотон обладает энергией $\varepsilon = h\nu$;
- по закону пропорциональности массы и энергии он обладает массой:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{hc}{\lambda},$$

но так как фотон существует только в движении, то у него нет массы покоя;

- поскольку фотон движется, он должен обладать импульсом:

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Когда фотон падает на поверхность, он оказывает *давление*, так как при соударении передает свой импульс.

Пусть на поверхность в один квадратный метр за одну секунду перпендикулярно поверхности падает N фотонов с частотой ν . Рассчита-

ем величину светового давления. Энергия потока фотонов $E = N h \nu$, тогда $N = \frac{E}{h \nu}$. Так как импульс одного фотона $\frac{h \nu}{c}$, то он сообщает:

поглощающей поверхности — импульс $\frac{h \nu}{c}$;

отражающей поверхности — импульс $\frac{2 h \nu}{c}$ (ибо при отражении импульс фотона изменяется от $+\frac{h \nu}{c}$ до $-\frac{h \nu}{c}$, то есть на $\frac{2 h \nu}{c}$).

Импульс, сообщаемый потоком фотонов одному квадратному метру поглощающей поверхности за одну секунду, и есть давление света на эту поверхность, и оно равно

$$P = \frac{N h \nu}{c} = \frac{E}{c}.$$

Давление света на полностью отражающую поверхность равно

$$P = \frac{2E}{c}. \quad (1.11)$$

В общем случае, когда коэффициент отражения равен ρ , число поглощенных фотонов — $N(1 - \rho)$, а отраженных — ρN . Сообщаемый ими единице поверхности импульс равен

$$(1 - \rho) N \frac{h \nu}{c} + \rho 2N \frac{h \nu}{c} = N \frac{h \nu}{c} (1 + \rho) = \frac{E}{c} (1 + \rho). \quad (1.12)$$

Факт существования светового давления доказывает наличие у света энергии и импульса. Это говорит о материальности света, следовательно, свет наряду с веществом является одной из форм материи.

Экспериментальное подтверждение гипотезы Планка было получено в *опытах Боте*. Схема опыта показана на рис. 1.12.

Фольгу (Φ) устанавливали между двумя быстродействующими счетчиками (Сч 1 и Сч 2) и облучали слабым рентгеновским излучением (РИ). Под действием РИ фольга (Φ) сама становилась источником рентгеновского излучения.

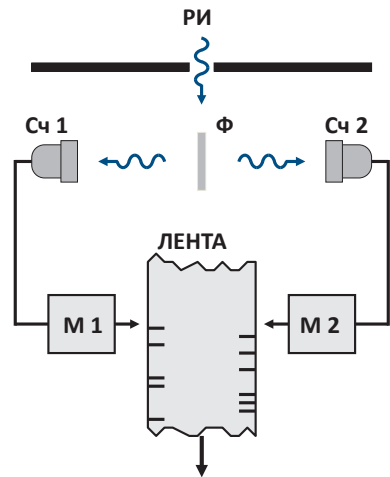


Рис. 1.12

Если бы энергия этого излучения распространялась в виде сферических волн, то механизмы (М1 и М2) каждого счетчика должны были бы срабатывать одновременно.

Опыт показал, что счетчики реагировали независимо друг от друга. Все происходило так, как если бы излучение фольги (Ф) распространялось в виде отдельных квантов, которые могли попадать либо в один, либо в другой счетчик.

Таким образом, экспериментально было доказано существование электромагнитных квантов, или фотонов, которые имеют энергию, импульс и движутся со скоростью света, поэтому у них отсутствует масса покоя. Единственное состояние фотона — это движение с предельной скоростью, одинаковой во всех системах отсчета. Другими словами, не существует системы отсчета, в которой фотон бы покоился.

1.4. Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются и в явлении, которое в 1923 г. обнаружил Комптон, наблюдая рассеяние рентгеновских лучей «легкими» веществами (графит, парафин и др.)

Схема опыта Комптона изображена на рис. 1.13.

Узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей, пройдя диафрагмы Д–Д, падает на «легкое» рассеивающее вещество РВ, после рассеяния на угол θ проходит через вторую систему диафрагм Д–Д, дифрагирует на кристалле Кр и попадает в рентгеновский приемник ИК, где измеряется длина волны рассеянного излучения.

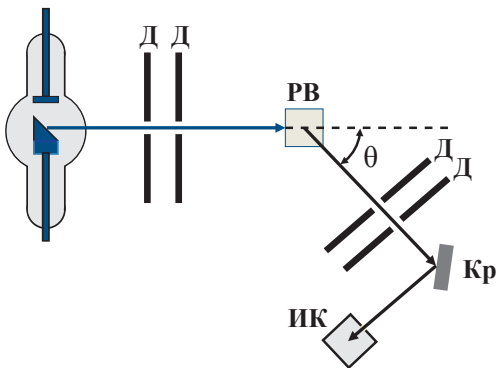


Рис. 1.13

В опытах было обнаружено, что в рассеянном излучении наряду с длиной волны падающего излучения λ присутствуют и лучи с $\lambda' > \lambda$. Таким образом, вместе с классическим рассеянием с неизменной λ существует рассеяние с длиной волны, смещенной в сторону больших длин волн. Этот новый тип рассеяния получил название явления *Комптона*.

Комптоновское рассеяние подчиняется следующим закономерностям:

1) оно интенсивно для веществ с малым атомным весом;

2) при увеличении угла рассеяния θ интенсивность комптоновского рассеяния возрастает, а классического — падает;

3) смещение длины волны $\Delta\lambda$ возрастает при увеличении угла рассеяния. На рис. 1.14 показано рассеяние рентгеновских лучей на графите при разных углах рассеяния. В верхней четверти рисунка показан контур K_α линии молибдена падающего излучения с длиной волны $\lambda = 0,07126$ нм;

4) при одинаковых углах рассеяния смещение длины волны $\Delta\lambda$ одинаково для всех веществ. На рис. 1.15 показан спектральный состав лучей, рассеянных Be, K и Cu под одним и тем же углом. Первичной служила K_α -линия серебра ($\lambda = 5,627$ нм). В случае самого легкого вещества — бериллий ($A = 9$) — линия с длиной волны первичного излучения очень слаба,

а линия рассеянного излучения — интенсивна и смещена в сторону больших длин волн. Для калия ($A = 39$) обе линии и мало отличаются по интенсивности. Для меди ($A = 63$) смещенная линия много слабее линии падающего излучения. опыты Комптона показали, что длина волны λ' рассеянного излучения больше длины волны λ падающего излучения, причем разность $(\lambda' - \lambda)$ зависит только от угла рассеяния θ .

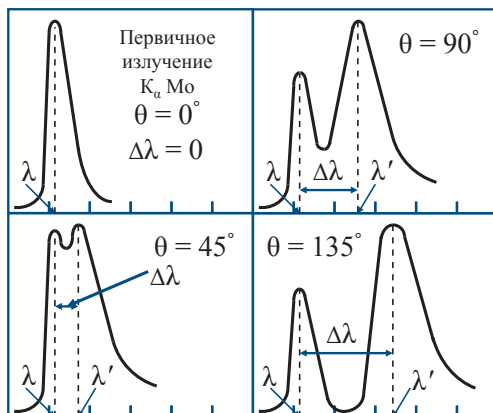


Рис. 1.14

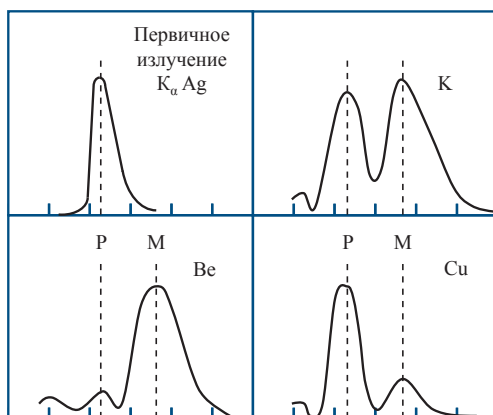


Рис. 1.15

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos\theta), \text{ \AA}, \quad (1.13)$$

где $\Lambda = 0,0024$ нм — постоянная Комптона, или комптоновская длина волны.

Используя данные о том, что легкие элементы дают более интенсивные смещенные линии, чем тяжелые, и то обстоятельство, что величина смещения $\Delta\lambda$ не зависит от природы рассеивающего вещества, явление Комптона можно объяснить в предположении, что рассеяние происходит на электронах, слабо связанных с ядрами. Следовательно, электроны можно считать свободными, то есть механизм комптоновского рассеяния не связан с индивидуальными свойствами атомов рассеивающего вещества.

Явление Комптона невозможно объяснить с позиций волновой теории, согласно которой электрон, «раскачанный» падающей волной, должен отдавать полученную энергию в виде излучения с длиной волны первичного, падающего излучения (λ). Эта классическая картина подтверждается для длинных волн, однако в области коротких (рентгеновских) длин волн она категорически противоречит опыту.

Объяснить эффект Комптона и построить его теорию удалось, опираясь на квантовую гипотезу. Свет — это поток фотонов с энергией (1.2) и импульсом (1.3):

$$E_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad P_{\phi} = \frac{h\nu}{c}.$$

При попадании на вещество фотоны взаимодействуют со свободными электронами по типу упругого удара, что и приводит к появлению рассеянных лучей. Так как при соударении фотона с электроном часть энергии передается электрону, то энергия фотона уменьшается: $E_{\phi}' < E_{\phi}$, следовательно, $\nu' < \nu$ или $\lambda' > \lambda$. Таким образом, длина волны рассеянных лучей должна быть больше длины волны первичных, падающих лучей.

Рассчитаем комптоновское смещение длины волны $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, считая, что фотон упруго взаимодействует со свободным покоящимся электроном. В этом случае выполняются законы сохранения энергии и импульса. После соударения электрон приобретает импульс и энергию. При поглощении жестких рентгеновских лучей электрон приобретает скорость, близкую к скорости света, поэтому энергию электрона надо рассчитывать по уравнениям теории относительности: полная энергия покоящегося электрона m_0c^2 , а движущегося — $m_e c^2$, где m_0 — масса покоя, а m_e — масса движущегося электрона, причем

$$m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}.$$

Запишем закон сохранения энергии: сумма энергий первичного, падающего фотона и покоящегося электрона равна сумме энергий рассеянного фотона и движущегося электрона:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + m_e c^2$$

Закон сохранения импульса: импульс падающего фотона равен сумме импульсов рассеянного фотона и движущегося электрона:

$$\vec{P}_{\phi 0} = \vec{P}_{\phi} + \vec{P}_e \quad (1.14)$$

Векторная диаграмма (рис. 1.16) импульсов при рассеянии будет выглядеть следующим образом:

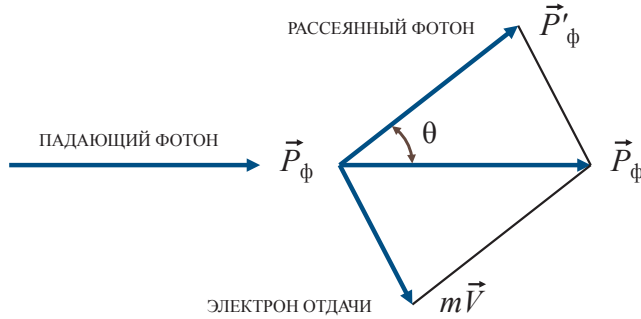


Рис. 1.16

Составим из (1.12) и (1.13) систему уравнений и запишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases} h\nu - h\nu' = m_e c^2 - m_0 c^2 \\ (mV)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2} \nu\nu' \cos\theta. \end{cases} \quad (1.15)$$

Решая эти уравнения совместно и учитывая, что

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad \text{и} \quad \lambda' = \frac{c}{\nu'},$$

получим:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

Сравнив (1.11) и (1.14), получим Комптоновскую длину волны:

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c}.$$

Подставим значения констант в полученное уравнение:

$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 0,0242 \cdot 10^{-10}, \text{ м.}$$

Этот результат отлично совпадает с величиной постоянной Комптона, полученной в опытах по рассеянию.

Проанализируем полученное соотношение (1.15):

1) если $\theta = 0$, то $\Delta\lambda = 0$, то есть в направлении первичного пучка не происходит изменения длины волны;

2) если $\theta = \pi/2$, то $\Delta\lambda = \Lambda$, то есть изменение длины волны рассеянного излучения равно Комптоновской длине волны;

3) если $\theta = \pi$, то $\Delta\lambda = 2\Lambda$, то есть при рассеянии в обратном направлении происходит наибольшее изменение энергии фотона, а электрон отдачи приобретает наибольшую кинетическую энергию и движется в направлении первичного пучка фотонов;

4) величина комптоновского изменения длины волны ($\Delta\lambda$) очень мала и не зависит от λ , поэтому эффект Комптона можно наблюдать лишь для коротких длин волн, у которых $\Delta\lambda/\lambda = 5-10\%$. Для видимого света этот эффект имел бы порядок $10^{-3}\%$ и наблюдать его практически невозможно.

Эффект Комптона наблюдается не только при рассеянии на электронах, но и на других заряженных частицах, например, протонах, однако из-за большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

Эффект Комптона и фотоэффект на основе квантовых представлений рассматриваются как взаимодействие фотона с электроном. В первом случае фотон рассеивается, во втором — поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект — со связанным электроном. Можно показать, что при столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощение фотона, так как это противоречит закону сохранения импульса и энергии. Поэтому взаимодействие фотона со свободным электроном происходит по типу абсолютно упругого удара — фотон рассеивается (эффект Комптона); взаимодействие со связанным электроном — по типу абсолютно неупругого удара (фотон поглощается (фотоэффект)).

Идея квантов оказалась успешной и при объяснении таких явлений, как давление света, природа рентгеновских и атомных спектров.

1.5. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Квантовая оптика»

- Закон Кирхгофа:

$$\left(\frac{e_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} \right)_1 = E_{\lambda T},$$

где $e_{\lambda T}$ — спектральная излучательная способность тела; $a_{\lambda T}$ — спектральная поглощательная способность тела; $E_{\lambda T}$ — спектральная излучательная способность абсолютно черного тела (АЧТ) — энергия, излученная АЧТ при данной температуре с единицы поверхности за одну секунду в единичном интервале длин волн вблизи определенной длины волны.

- Закон Стефана — Больцмана:

$$E_T = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4}$; E_T — интегральная излучательная способность АЧТ — энергия излученная АЧТ при данной температуре с единицы поверхности за одну секунду во всем интервале длин волн; T — термодинамическая температура.

- Закон смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где b — постоянная Вина, $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$; λ_{\max} — длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной излучательной способности; T — термодинамическая температура.

- Второй закон Вина:

$$(E_{\lambda T})_{\max} = cT^5,$$

где c — постоянная Вина, $c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м}^3 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^5$; T — термодинамическая температура; $(E_{\lambda T})_{\max}$ — максимальная спектральная излучательная способность АЧТ.

- Энергия, излученная нагретым телом:

$$W = aE_T St,$$

где E_T — интегральная излучательная способность АЧТ; S — поверхность тела; t — время излучения; a — коэффициент поглощения.

• Интегральная излучательная способность АЧТ может быть определена по уравнению, связывающему интегральную и спектральную излучательные способности АЧТ:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda T} d\lambda, \quad e_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda T} d\lambda.$$

- Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

- Масса, импульс фотона:

$$m_\phi = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; \quad P_\phi = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

- Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла; A — работа выхода электрона; $mV_{\max}^2/2$ — кинетическая энергия электрона, вылетевшего из металла.

Учитывая, что максимальная кинетическая энергия вылетевшего из металла электрона равна работе электрического поля при $U = U_3$,

$$\frac{mV_{\max}^2}{2} = eU_3,$$

уравнение Эйнштейна принимает вид:

$$h\nu = h\nu_0 + eU_3,$$

- Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_{\text{кр}} = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A}.$$

- Формула Комптона:

$$\lambda_1 - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

где λ_1 — длина волны рассеянного фотона; λ — длина волны, падающего фотона; θ — угол рассеяния фотона; m_0 — масса покоя электрона.

1.6. Алгоритм решения задач в разделе «Квантовая оптика»

1. Прочитать условие задачи. Выяснить, о каком явлении идет речь.
2. Кратко записать условие задачи. Перевести все данные в систему СИ.
3. Сделать рисунок (если необходимо).
4. Применить конкретные уравнения для расчета искомой величины, получить выражение для искомой величины.
5. Подставить численные значения заданных в задаче величин и произвести расчет.
6. Записать ответ.

1.7. Примеры решения задач

1.7.1. Тепловое излучение

Пример 1.1. Изучение спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности его излучения соответствует длине волны 550 нм. Считая Солнце АЧТ, найти суточную убыль массы Солнца (ΔM), уносимую излучением. Радиус Солнца $7 \cdot 10^8$ м.

Дано:

$\lambda_m = 550 \text{ нм} =$	$5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
$R_c = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$	
$t = 1 \text{ сутки} =$	$86,4 \cdot 10^3 \text{ с}$

$\Delta M = ?$

Решение

1. Убыль массы Солнца может быть найдена на основании уравнения Эйнштейна:

$$E = mc^2.$$

2. Энергия, уносимая излучением со всей поверхности Солнца, может быть найдена по уравнению:

$$W = E_T S_c t,$$

где S_c — площадь поверхности Солнца; t — время излучения.

3. По условию задачи Солнце можно считать АЧТ, следовательно, справедлив закон Стефана — Больцмана:

$$E_T = \sigma T_c^4.$$

4. Температуру Солнца найдем по закону смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T^4}.$$

5. Используя все перечисленные законы, получаем уравнение

$$\Delta M = \frac{W}{c^2} = \frac{\sigma b^4 S_c t}{\lambda^4 c^2} = \frac{\sigma b^4 4\pi R_c^2 t}{\lambda^4 c^2}.$$

6. Произведем вычисления:

$$\Delta M = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2,9 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (7 \cdot 10^8)^2 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{(5,5 \cdot 10^{-7})^4 \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 2,59 \cdot 10^{14} \text{ кг}.$$

Выводы:

- суточная потеря массы Солнца колоссальна, однако эта величина очень мала по сравнению с массой самого Солнца ($M_c = 2 \cdot 10^{30}$ кг), следовательно, ослабление со временем потока энергии идущего от солнца и поддерживающего жизнь на Земле, ничтожно мало;
- λ_{\max} — в спектре излучения Солнца приходится на область видимого света, Солнце — источник света с самым высоким КПД.

$$\eta = \frac{W_{\text{вид}}}{W},$$

где $W_{\text{вид}}$ — энергия, излученная в видимой части спектра; W — энергия, излученная во всем диапазоне длин волн.

Ответ: $\Delta M = 2,59 \cdot 10^{14}$ кг.

Пример 1.2. Поток энергии, излучаемый из смотрового окна плавильной печи, составляет 34 Вт, площадь окна 6 см^2 . Определить температуру в печи.

Дано:

$P = 34 \text{ Вт}$	$S = 6 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
---------------------	--

$$T = ?$$

Решение

1. Смотровое окно в плавильной печи можно принять за АЧТ (см. модель АЧТ), тогда излученная энергия может быть записана в виде

$$W = E_T St.$$

2. Мощность этого излучения определим по уравнению:

$$P = \frac{W}{t} = E_T S.$$

3. Для АЧТ справедлив закон Стефана — Больцмана:

$$E_T = \sigma T^4.$$

4. Учитывая это, получаем окончательное уравнение для расчета мощности:

$$P = \sigma T^4 S.$$

5. Теперь получим уравнение для расчета температуры в печи:

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma S}}.$$

6. Произведем вычисления:

$$T = \sqrt[4]{\frac{34}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 10^{-4}}} = \sqrt[4]{1 \cdot 10^{+8+4}} = 10^3 \text{ К.}$$

Ответ: $T = 10^3 \text{ К.}$

Пример 1.3. Найти энергию, излучаемую с единицы поверхности АЧТ в единицу времени, приходящуюся на узкий интервал длин волн в 10^{-9} м вблизи максимума спектральной плотности излучения. Температура тела 3000 К.

Дано:

$$T = 3000 \text{ К}$$

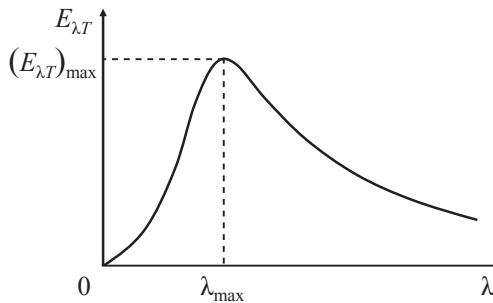
$$\Delta\lambda = 10^{-9} \text{ м}$$

$$\lambda = \lambda_m$$

$$\Delta E_T = ?$$

Решение

1. Спектральная излучательная способность АЧТ имеет сложную зависимость от длины волны при постоянной температуре:



2. В задаче задан узкий интервал длин волн $\Delta\lambda$ вблизи λ_{\max} . Энергия, излучаемая в этом интервале в единицу времени с единицы поверхности АЧТ (ΔE_T), численно равна площади узкой полоски шириной $\Delta\lambda$ на графике и может быть определена по уравнению

$$\Delta E_T = (E_{\lambda T})_{\max} \Delta\lambda.$$

3. По второму закону Вина определим максимальную спектральную плотность излучательной способности АЧТ:

$$(E_{\lambda T})_{\max} = cT^5.$$

4. Окончательно для расчета излученной энергии получаем уравнение:

$$\Delta E_T = cT^5 \Delta\lambda.$$

5. Произведем вычисления:

$$\Delta E_T = 1,29 \cdot 10^{-5} \cdot (3 \cdot 10^3)^5 \cdot 10 \cdot 10^{-10} = 3135 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$

Ответ: $\Delta E = 3135 \text{ Дж/м}^2 \cdot \text{с}$.

Пример 1.4. Какова должна быть температура АЧТ, чтобы максимум спектральной плотности излучательной способности приходился на красную границу видимого спектра ($\lambda_{\text{кр}} = 760 \text{ нм}$)? на фиолетовую ($\lambda_{\text{ф}} = 380 \text{ нм}$)?

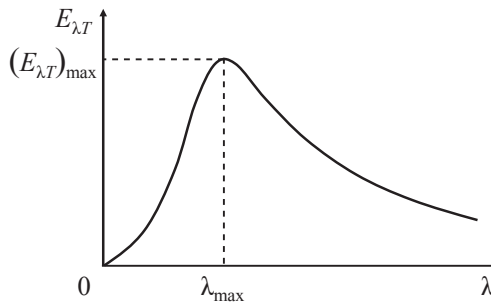
Дано:

$\lambda_{\text{кр}} = 760 \text{ нм} =$	$7,6 \cdot 10^{-7}$
$\lambda_{\text{ф}} = 380 \text{ нм} =$	$3,8 \cdot 10^{-7}$

$T = ?$

Решение

1. Спектр излучения АЧТ имеет следующий вид:



2. По закону смещения Вина определим длину волны, на которую приходится максимум спектральной излучательной способности:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}.$$

3. Для ответа на вопрос задачи можно записать следующие уравнения:

$$\lambda_m = \lambda_{\text{кр}} = \frac{b}{T_{\text{кр}}}, \quad \text{или} \quad T_{\text{кр}} = \frac{b}{\lambda_{\text{кр}}};$$

$$\lambda_m = \lambda_{\text{ф}} = \frac{b}{T_{\text{ф}}}, \quad \text{или} \quad T_{\text{ф}} = \frac{b}{\lambda_{\text{ф}}}.$$

4. Проведем вычисления:

$$T_{\text{кр}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{760 \cdot 10^{-9}} = 3820 \text{ К}; \quad T_{\text{ф}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{380 \cdot 10^{-9}} = 7630 \text{ К}.$$

Ответ: для $\lambda_{\text{кр}}$ $T = 3820 \text{ К}$, для $\lambda_{\text{ф}}$ $T = 7630 \text{ К}$.

1.7.2. Фотоэффект

Пример 1.5. Определить энергию, массу, импульс фотона, если ему соответствует длина волны 1,6 пм.

Дано:

$$\lambda = 1,6 \text{ пм} = \boxed{1,6 \cdot 10^{-12}}$$

$$\varepsilon_{\text{ф}} = ?$$

$$m_{\text{ф}} = ?$$

$$p_{\text{ф}} = ?$$

Решение

1. Энергия фотона может быть определена следующим образом:

$$\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{\text{ф}} = m_{\text{ф}}c^2$$

2. Используя эти уравнения, определим массу фотона:

$$h \frac{c}{\lambda} = m_{\text{ф}}c^2 \Rightarrow m_{\text{ф}} = \frac{h}{\lambda c}.$$

3. Импульс фотона рассчитаем по уравнению:

$$p_{\text{ф}} = m_{\text{ф}}c = \frac{h}{\lambda c}c = \frac{h}{\lambda}.$$

4. Произведем вычисления:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-12}} = 12,4 \cdot 10^{-34+8+12} = 12,4 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = \\ &= \frac{12,4 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 7,75 \cdot 10^5 \text{ эВ} = 0,77 \text{ МэВ}; \end{aligned}$$

$$m_{\phi} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,4 \cdot 10^{-34+12+8} = 1,4 \cdot 10^{-30} \text{ кг};$$

$$p_{\phi} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-12}} = 4,14 \cdot 10^{-22} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $\varepsilon_{\phi} = 0,77 \text{ МэВ};$

$$m_{\phi} = 1,4 \cdot 10^{-30} \text{ кг};$$

$$p_{\phi} = 4,14 \cdot 10^{-22} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

Пример 1.6. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку 2 см^2 за $0,5 \text{ мин}$, равен $3 \cdot 10^{-5} \text{ (кг} \cdot \text{м)/с}$. Необходимо для этого пучка фотонов рассчитать энергию, падающую за единицу времени на единицу площади.

Дано:

$S = 2 \text{ см}^2 =$	$2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$t = 0,5 \text{ мин} =$	30 с
$p = 3 \cdot 10^{-5} \text{ (кг} \cdot \text{м)/с}$	

$w = ?$

Решение

1. Импульс одного фотона рассчитаем по уравнению

$$p_{\phi} = h/\lambda.$$

2. Импульс, переносимый монохроматическим пучком состоящим из N фотонов, падающих на $S = 2 \text{ см}^2$ за $t = 30 \text{ с}$, равен:

$$p = Np_{\phi}St.$$

3. Энергию одного фотона определим по уравнению

$$\varepsilon_{\phi} = m_{\phi}c^2 = p_{\phi}c.$$

4. Энергию пучка из N фотонов, падающих на единицу площади за единицу времени, рассчитаем по уравнению

$$\varepsilon_N = N\varepsilon_a = Np_{\phi}c.$$

5. Энергию пучка из N фотонов, падающих на площадку площадью S за время t , можно рассчитать по уравнению

$$W = \varepsilon St = N p_{\phi} c St.$$

6. Тогда уравнение для расчета энергии, приходящейся на единицу площади за единицу времени, принимает следующий вид:

$$w = W/St = N p_{\phi} c St / St = pc/St.$$

7. Произведем расчет искомой величины:

$$w = \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 30} = 1,5 \cdot 10^{-5+8+4-1} = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$

$$\text{Ответ: } w = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^2 \text{ с}.$$

Пример 1.7. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, которые полностью задерживаются обратным потенциалом $U = 3 \text{ В}$. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего света $\nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Нужно рассчитать работу выхода электрона из этого металла.

Дано:

$$\begin{array}{l} U_3 = 3 \text{ В} \\ \nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} \end{array}$$

$$A = ?$$

$$\nu = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \text{ или } h\nu = A + eU_3.$$

2. Учтем, что работа выхода электронов с поверхности металла определяет красную границу фотоэффекта для данного металла:

$$A = h\nu_0.$$

3. Тогда уравнение Эйнштейна принимает вид

$$h\nu = h\nu_0 + eU_3, \text{ или } \nu = \frac{h\nu_0 + eU_3}{h} = \nu_0 + \frac{eU_3}{h}.$$

4. Рассчитаем численные значения искомых величин:

$$A = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 39,72 \cdot 10^{-20}, \text{ Дж} = 2,48 \text{ эВ};$$

$$\nu = 6 \cdot 10^{14} + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 6 \cdot 10^{14} + 7,2 \cdot 10^{14} = 13,2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $A = 2,48 \text{ эВ};$
 $\nu = 13,2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}.$

Пример 1.8. Определить постоянную Планка, если известно, что фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности некоторого металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, полностью задерживаются обратным потенциалом 6,6 В, а вырывающиеся светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ — потенциалом 16,5 В.

Дано:

$$\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$U_{31} = 6,6 \text{ В}$$

$$\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$U_{32} = 16,5 \text{ В}$$

$$h = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение Эйнштейна для двух случаев, описанных в условии задачи:

$$h\nu_1 = A + eU_{31},$$

$$h\nu_2 = A + eU_{32}.$$

2. Поскольку фотокатод один и тот же, работа выхода в том и другом случае одинакова: $A = \text{const}$.

3. Вычтем из второго уравнения первое:

$$h(\nu_2 - \nu_1) = e(U_{32} - U_{31}).$$

4. Выразим из полученного равенства искомую величину:

$$h = \frac{e(U_{32} - U_{31})}{(\nu_2 - \nu_1)}.$$

5. Произведем вычисления:

$$h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (16,5 - 6,6)}{(4,6 - 2,2) \cdot 10^{15}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} 9,9}{2,4 \cdot 10^{15}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$

Пример 1.9. Найти работу выхода с поверхности некоторого металла, если при поочередном освещении его электромагнитным излучением с длинами волн 0,35 мкм и 0,54 мкм максимальная скорость фотоэлектронов отличается в два раза.

Дано:

$\lambda_1 = 0,35 \text{ мкм} =$	$0,35 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
$\lambda_2 = 0,54 \text{ мкм} =$	$0,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
$n = 2,0$	

$A = ?$

Решение

1. Запишем уравнение Эйнштейна для обеих длин волн:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{mV_1^2}{2},$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{mV_2^2}{2},$$

где V_1 и V_2 — максимальные скорости фотоэлектронов, причем $V_1 > V_2$, поскольку в данном случае $\lambda_2 > \lambda_1$.

2. Из записанных уравнений составим соотношение:

$$n^2 = \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{h \frac{c}{\lambda_1} - A}{h \frac{c}{\lambda_2} - A}.$$

3. Из предыдущего соотношения выразим искомую работу выхода:

$$A = \frac{hc}{\lambda_2} \cdot \frac{n^2 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{n^2 - 1}.$$

4. Произведем вычисления:

$$A = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,54 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{2^2 - 0,54 \cdot 10^{-6} / 0,35 \cdot 10^{-6}}{2^2 - 1} = 1,9 \text{ эВ.}$$

Ответ: $A = 1,9 \text{ эВ.}$

Пример 1.10. При некоторой задерживающей разности потенциалов фототок с поверхности лития, освещаемого электромагнитным излучением с длиной волны λ_0 , прекращается. Изменив длину волны излучения в $n = 1,5$ раза, установили, что для прекращения фототока необходимо увеличить задерживающую разность потенциалов в $\eta = 2$ раза. Работа выхода электрона с поверхности лития $A = 2,39 \text{ эВ}$. Вычислить длину волны λ_0 .

Дано:

$$n = 1,5$$

$$A = 2,39 \text{ эВ} =$$

$$\eta = 2,0$$

$$2,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\lambda_0 = ?$$

Решение

1. Запишем в соответствии с уравнением Эйнштейна и условием задачи два уравнения:

$$eU_3 = \frac{\alpha}{\lambda_0} - A;$$

$$\eta eU_3 = \frac{\alpha}{\lambda_0/n} - A,$$

где $\alpha = hc$.

2. Разделим второе уравнение на первое:

$$\eta = \frac{\alpha n - A\lambda_0}{\alpha - A\lambda_0}.$$

3. Выразим из полученного уравнения искомую красную границу:

$$\lambda_0 = \frac{\alpha(\eta - n)}{A(\eta - 1)} = \frac{hc(\eta - n)}{A(\eta - 1)}.$$

4. Произведем вычисления:

$$\lambda_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (2,0 - 1,5)}{2,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2,0 - 1)} = 0,26 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 0,26 \text{ мкм.}$

1.7.3. Эффект Комптона

Пример 1.11. Рентгеновские лучи длиной $0,0708 \text{ нм}$ испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны рентгеновских лучей, рассеянных в направлении $\pi/2$ и в направлении π .

Дано:

$\lambda = 0,0708 \text{ нм} =$	$0,0708 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
$\theta_1 = \pi/2$	
$\theta_2 = \pi$	

$$\lambda_1 = ?$$

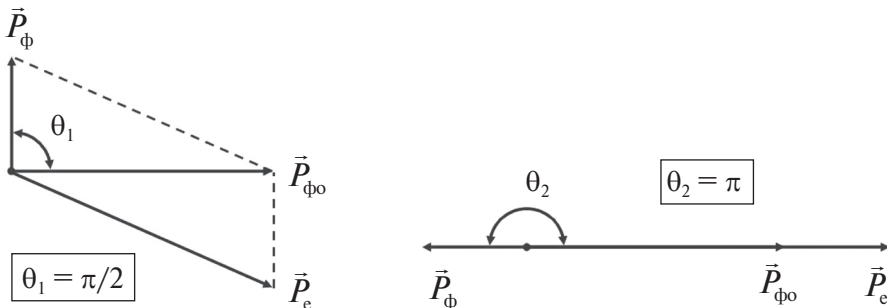
$$\lambda_2 = ?$$

Решение

1. Рентгеновский фотон с длиной волны λ испытывает рассеяние на парафине, возникает рассеянный фотон с длиной волны λ_1 и электрон отдачи. При этом выполняется закон сохранения импульса:

$$\vec{P}_\phi = \vec{P}'_\phi + \vec{P}_e.$$

2. Изобразим диаграмму импульсов для углов рассеяния θ_1 и θ_2 :



3. Используя соотношение Комптона, найдем длину волны рассеянного фотона:

$$\lambda_1 - \lambda = \Lambda(1 - \cos\theta).$$

4. Произведем вычисления:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \quad \lambda_1 = \lambda + \Lambda(1 - \cos\theta_1) = \lambda + \Lambda(1 - \cos\frac{\pi}{2}) =$$

$$= \lambda + \Lambda = 0,0708 + 0,00242 = 0,0732 \text{ нм};$$

$$\theta = \pi \quad \lambda_2 = \lambda + \Lambda(1 - \cos\theta_2) = \lambda + \Lambda(1 - (-1)) =$$

$$= 2\Lambda + \lambda = 0,00484 + 0,0708 = 0,0756 \text{ нм}.$$

$$\text{Ответ: } \theta_1 = \pi/2, \lambda_1 = 0,0732 \text{ нм};$$

$$\theta_2 = \pi, \lambda_2 = 0,0756 \text{ нм}.$$

Пример 1.12. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,75 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном электроне под углом 60° . Считая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения пренебрежимо малы, определить:

- 1) энергию рассеянного фотона ε' ;
- 2) кинетическую энергию электрона отдачи;
- 3) направление его движения (угол φ).

Дано:

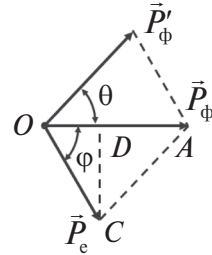
$$\varepsilon = 0,75 \text{ МэВ}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\varepsilon' = ?$$

$$K = ?$$

$$\varphi = ?$$



Решение

1. Используем уравнение Комптона:

$$\lambda_1 - \lambda = \Lambda(1 - \cos\theta).$$

2. Выразим длины волн через энергии падающего и рассеянного фотонов, получим уравнение:

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta).$$

3. Разделим обе части полученного уравнения на hc :

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos \theta}{m_{0e} c^2}.$$

4. Выразим из последнего уравнения энергию рассеянного фотона:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{m_{0e} c^2} (1 - \cos \theta) + 1}.$$

5. По закону сохранения энергии найдем энергию электрона отдачи:

$$K = \varepsilon - \varepsilon'.$$

6. Направление движения электрона найдем по закону сохранения импульса, рассмотрев векторную диаграмму:

Из треугольника ОСД найдем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{CD}{OD} = \frac{CA \sin \theta}{OA - CA \sin \theta}$$

или

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{P'_\phi \sin \theta}{P_\phi - P'_\phi \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\frac{P_\phi}{P'_\phi} - \cos \theta},$$

Так как

$$P_\phi = \frac{\varepsilon}{c} \quad \text{и} \quad P'_\phi = \frac{\varepsilon'}{c},$$

получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} - \cos \theta};$$

Учитывая, что

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{m_{0e} c^2} (1 - \cos \theta) + 1,$$

получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{\left(1 + \frac{\varepsilon}{m_{0e} c^2}\right) (1 - \cos \theta)}.$$

Так как

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad \text{и} \quad 1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{c \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\varepsilon}{m_0 c^2}}.$$

7. Произведем численный расчет:

$$\varepsilon' = \frac{0,75}{\frac{0,75}{0,51}(1 - \cos 60^\circ) + 1} = 0,43 \text{ МэВ}, \quad K = 0,75 - 0,43 = 0,32 \text{ МэВ},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{c \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \frac{0,75}{0,51}} = 0,701 \Rightarrow \varphi = 35^\circ.$$

Ответ: $\varepsilon' = 0,43 \text{ МэВ};$
 $K = 0,32 \text{ МэВ};$
 $\varphi = 35^\circ$

Пример 1.13. При эффекте Комптона фотон после соударения с электроном был рассеян на 90° . Энергия рассеянного фотона $0,4 \text{ МэВ}$. Определить энергию фотона до рассеяния.

Дано:

$$\theta = 90^\circ$$

$$\varepsilon' = 0,4 \text{ МэВ}$$

$$\varepsilon = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \Lambda(1 - \cos \theta)$$

2. Выразим энергию падающего фотона:

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{\varepsilon' m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon' 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon' \sin^2 \frac{\theta}{2}},$$

где E_0 — энергия покоя электрона.

3. Подставим численные значения и произведем расчет:

$$E_0 = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ},$$

$$\varepsilon = \frac{0,4 \cdot 0,51}{0,51 - 2 \cdot 0,4 \sin^2 45^\circ} = 1,85 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon = 1,85 \text{ МэВ}$.

Пример 1.14. Определить максимальное изменение длины волны при эффекте Комптона на свободных электронах; на свободных протонах.

Дано:

$$\begin{array}{l} m_{0e} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ m_{0p} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \end{array}$$

$$\Delta\lambda_{\max} = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos\theta).$$

2. Изменение длины волны будет иметь наибольшее значение, когда угол рассеяния фотона составит 180° . Следовательно:

- для электрона: $\Delta\lambda_{\max} = \frac{2h}{m_0 c} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м};$
- для протона: $\Delta\lambda_{\max} = \frac{2h}{m_0 c} = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$

Ответ: для электрона $\lambda_{\max} = 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$.
для протона $\lambda_{\max} = 1,40 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}$.

Пример 1.15. Фотон с энергией ε рассеялся под углом θ на покоившемся свободном электроне. Определить угол φ , под которым вылетел электрон отдачи относительно направления налетевшего фотона.

Дано:

ε, θ

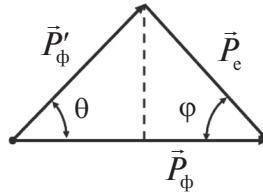
$\varphi = ?$

Решение

1. Запишем закон сохранения импульса:

$$\vec{P}_\Phi = \vec{P}'_\Phi + \vec{P}_e$$

2. Изобразим векторную диаграмму импульсов:



Из треугольника импульсов, выражающего собой закон сохранения импульса, видно, что:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{\lambda' / \lambda - \cos \theta}.$$

3. Уравнение Комптона можно записать в виде:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = 1 + \frac{\Lambda}{\lambda} (1 - \cos \theta).$$

4. Сделав подстановку, после несложных преобразований, получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \Lambda / \lambda)} = \frac{c \operatorname{tg}(\theta / 2)}{1 + mc^2},$$

где учтено, что:

$$\frac{\Lambda}{\lambda} = \frac{h}{mc\lambda} = \frac{\varepsilon}{mc^2}.$$

Ответ: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{c \operatorname{tg}(\theta / 2)}{1 + mc^2}.$

Пример 1.16. При облучении вещества рентгеновским излучением с некоторой длиной волны λ обнаружили, что максимальная кинетическая энергия релятивистских электронов отдачи равна K_{\max} . Необходимо определить длину волны падающего излучения λ .

Дано:

K_{\max}

$\lambda = ?$

Решение

1. В соответствии с законами сохранения энергии и импульса имеем:

$$\varepsilon - \varepsilon' = K_{\max};$$

$$\frac{\varepsilon}{c} + \frac{\varepsilon'}{c} = p.$$

где $\varepsilon, \varepsilon'$ — энергия фотона до и после столкновения с электроном; P — его импульс отдачи.

Во втором уравнении учтено, что все три импульса должны быть коллинеарными, чтобы импульс P был максимальным.

2. Умножив все слагаемые второго уравнения на c и сложив после этого полученное выражение с первым уравнением, найдем:

$$2\varepsilon = K_{\max} + pc.$$

3. В релятивистской динамике связь между импульсом и кинетической энергией электрона легко получить с помощью инвариантного выражения

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4,$$

где $E = mc^2 + K$, откуда $pc = \sqrt{K_{\max} (K_{\max} + 2mc^2)}$.

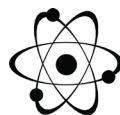
Тогда уравнение $2\varepsilon = K_{\max} + pc$ примет вид

$$2h\frac{c}{\lambda} = K_{\max} + \sqrt{K_{\max} (K_{\max} + 2mc^2)}.$$

4. Из последнего уравнения находим искомую длину волны:

$$\lambda = \frac{2hc}{K_{\max} \left(1 + \sqrt{1 + 2mc^2 / K_{\max}} \right)}.$$

$$\text{Ответ: } \lambda = \frac{2hc}{K_{\max} \left(1 + \sqrt{1 + 2mc^2 / K_{\max}} \right)}.$$



2.1. Дуализм света

Рассмотренные ранее явления — тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона — служат убедительным доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о природе света. Однако ранее в разделе «Волновая оптика» была рассмотрена группа явлений (интерференция, дифракция, поляризация), которая неопровержимо свидетельствует о волновой природе света. Д. Рэлей утверждал, что в «области интерференции волновая теория одержала величайшие победы». Такие явления, как давление, оказываемое светом, и преломление света, одинаково успешно объясняются как волновой, так и квантовой теориями.

В связи с этим возникает вопрос о том, что такое свет: непрерывные электромагнитные волны, излучаемые источником, или поток дискретных фотонов, беспорядочно испускаемых источником?

Опыт учит, что свет, то есть электромагнитное излучение, обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств, непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга. Однако в проявлении этих противоположных свойств имеется вполне определенная закономерность. С уменьшением длины волны все более отчетливо проявляются квантовые свойства света. С этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта. Вместе с тем, волновые свойства коротковолнового излучения проявляются слабо. Дифракцию рентгеновских лучей экспериментально удалось увидеть лишь после того, как в качестве дифракционной решетки стали использовать кристаллическую решетку твердых тел. Еще в большей степени это справедливо для γ -лучей.

Наоборот, у длинноволнового излучения квантовые свойства проявляются в малой степени, и основную роль играют его волновые свойства. Таким образом, если перемещаться по шкале электромагнитных волн в сторону более коротких, то волновые свойства электромагнитного излучения будут уступать место все более отчетливо проявляющимся квантовым свойствам.

Существование у света тех и других свойств ставит вопрос о наличии взаимосвязи между ними. Приведем основные уравнения (1.2) и (1.3), связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия — ε и импульс фотона — P) с волновыми свойствами (частота — ν или длина волны — λ):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= h\nu = \frac{hc}{\lambda} \\ P &= \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{— энергия фотона,} \\ \text{— импульс фотона.} \end{array}$$

Взаимосвязь между корпускулярными и волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать статистический подход к рассмотрению закономерностей распространения света. Все квантовые оптические явления убеждают нас, что свет — это поток дискретных частиц, фотонов, в которых локализованы энергия, импульс и масса излучения. При прохождении света через какую-либо оптическую систему, например, дифракционную решетку, происходит перераспределение фотонов в пространстве и возникает дифракционная картина. Освещенность (E) экрана в различных точках прямо пропорциональна суммарной энергии фотонов, попадающих в эти точки за единицу времени. Для монохроматического света $E \sim n_0$, где n_0 — число фотонов, падающих на площадку S поверхности экрана за единицу времени. Величины E и n_0 пропорциональны вероятности (W) попадания фотонов в рассматриваемую точку экрана, то есть $E \sim W$. С другой стороны, если решать дифракционную задачу на основе волновых представлений о природе света, то мы приходим к выводу, что освещенность (E) пропорциональна интенсивности (I) света в данной точке экрана, а $I \sim A^2$, где A — амплитуда световой волны, следовательно, $E \sim A^2$.

Сравнивая полученные соотношения, приходим к выводу, что *квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в эту точку*, то есть

$$A^2 \sim W. \quad (2.1)$$

Таким образом, корпускулярные и волновые свойства отражают две различные, но тесно связанные закономерности распространения электромагнитного излучения и его взаимодействия с веществом. Корпускулярные свойства обусловлены тем, что энергия, импульс и масса излучения локализованы в дискретных частицах — фотонах, волновые — статистическими закономерностями распределения фотонов в пространстве, то есть закономерностями, определяющими вероятности нахождения фотонов в различных точках пространства.

Из опытов по дифракции известно, что при изменении интенсивности падающего светового потока характер дифракционной картины, то есть соотношение между интенсивностями в одних и тех же точках пространства, не изменяется. Это позволяет считать, что волновые свойства присущи не только пучку фотонов, но и также каждому отдельному фотону. Волновые свойства фотона проявляются в том, что для него нельзя указать точно, в какую точку экрана он попадает после прохождения через оптическую систему. Можно говорить лишь о вероятностях попадания каждого фотона в различные точки экрана.

2.2. Гипотеза де Бройля

.....

2.2.1. Двойственная корпускулярно-волновая природа частиц вещества

После обнаружения у электромагнитных волн корпускулярных свойств возникает вопрос, не обладают ли, в свою очередь, материальные частицы волновыми свойствами? Французский ученый Луи де Бройль (1892—1987), осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу *об универсальности корпускулярно-волнового дуализма*. Луи де Бройль утверждал, что *не только*

фотоны, но и электроны и любые другие частицы, наряду с корпускулярными, обладают также волновыми свойствами. Необходимо было вывести соотношение, связывающее корпускулярные и волновые свойства частиц.

Соотношение для импульса фотона (1.21) де Бройль обобщил, предположив, что оно имеет универсальный характер для любых волновых процессов, связанных с частицами, обладающими импульсом $P = mV$:

$$\lambda_B = \frac{h}{P} = \frac{h}{mV}. \quad (2.2)$$

Формула (2.2) называется *формулой де Бройля* и является одним из основополагающих соотношений современной физики. Она подходит для любой частицы с массой m , движущейся со скоростью $V \ll c$. Если частица имеет кинетическую энергию $W = P^2/2m$, то, выразив ее импульс как

$$P = \sqrt{2mW}, \quad (2.3)$$

можно определить длину волны де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{(2mW)^{1/2}},$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка; m — масса частицы; W — кинетическая энергия частицы.

Для электрона, ускоренного в электрическом поле разностью потенциалов U , имеем:

$$W = \frac{m_e V_e^2}{2} = eU, \quad (2.4)$$

где m_e — масса электрона; V_e — скорость электрона; U — ускоряющая разность потенциалов.

Подставив (2.4) в формулу (2.3), получим выражение, применяемое в практических расчетах:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_e e}} \cdot \frac{1}{\sqrt{U}} = \frac{12,25}{\sqrt{U}}, \text{ \AA} \quad (2.5)$$

где U — ускоряющее напряжение, в вольтах; λ_B — длина волны де Бройля, в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-10}$ м).

Смелость гипотезы де Бройля заключалась именно в том, что соотношение (2.1) постулировалось для любых частиц, в частности, для таких, которые обладают массой покоя, отличной от нуля.

Таким образом, движение любой частицы сопровождается особыми волнами — волнами де Бройля.

Волны де Бройля сопутствуют и движению любых макроскопических тел. Например:

- для теннисного мяча с массой в 100 г, летящего со скоростью 20 м/с, длина волны де Бройля имеет величину

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{100 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = 3,31 \cdot 10^{-34} \text{ м.}$$

Она неизмеримо меньше размеров самого мяча. В таких условиях никакие волновые свойства, конечно, проявить себя не могут;

- для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 10 кВ и имеющего скорость $5,84 \cdot 10^7$ м/с, длина волны де Бройля составляет $1,23 \cdot 10^{-11}$ м. Такой же порядок величины имеет постоянная кристаллической решетки. Как и в случае рентгеновских лучей, кристаллическая структура может быть подходящей решеткой для наблюдения дифракции дебройлевских волн электронов. Однако гипотеза де Бройля представлялась настолько нереальной, что довольно долго не подвергалась экспериментальной проверке.

Доказательством существования волновых свойств у частиц вещества является наличие явлений дифракции и интерференции. Опыты по дифракции и интерференции могут дать положительный результат в том случае, если волна на своем пути встречает препятствие, соизмеримое с длиной волны, в нашем случае с $\lambda_{\text{Б}}$. Для электрона такое препятствие существует — это кристаллическая решетка, параметр которой составляет несколько ангстрем. Для макроскопического тела, например теннисного мяча, такого препятствия в природе не существует, и изготовить его невозможно. Следовательно, обнаружить на опыте волновые свойства таких тел невозможно, они незначительны. Это — макромир. Для частиц с малой массой следует ожидать проявления таких свойств на практике. Эти частицы образуют микромир.

2.2.2. Опытное подтверждение волновых свойств частиц вещества — гипотезы де Бройля

Гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально в опытах К. Дэвиссона и Л. Джермера (1927 г.), наблюдавших рассеяние электронов монокристаллом никеля. Схема опыта приведена на рис 2.1.

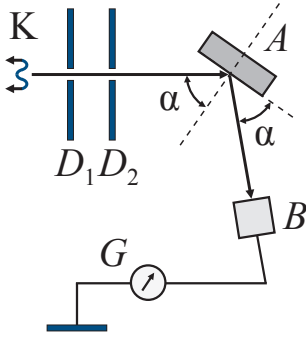


Рис. 2.1

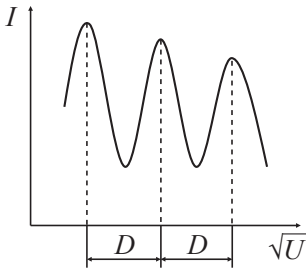


Рис. 2.2

Пучок электронов, вылетающих из накаливаемого катода (K), ускоряясь полем с разностью потенциалов U , проходил через ряд диафрагм D_1, D_2 и в виде узкого пучка падал на монокристалл (A). Ионизационная камера (B), соединенная с гальванометром (G), измеряла по силе возникающего тока (I) число электронов, отраженных от кристалла по закону отражения под углом α .

Угол α во время опыта оставался постоянным, изменяли монотонно разность потенциалов. Оказалось, что интенсивность электронного пучка (I) при изменении U изменяется не монотонно, появляется ряд максимумов, равноотстоящих друг от друга (D) (рис. 2.2).

Таким образом, отражение электронов происходит лишь при определенных скоростях электронов. Это напоминает отражение таким кристаллом рентгеновских лучей, которое происходит под углом α лишь для определенных

длин волн, удовлетворяющих условию Вульфа — Брэгга.

$$P_x = \frac{h}{\lambda} = \frac{h2\pi}{2\pi\lambda} = \hbar k \quad \text{где} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

где d — межплоскостное расстояние в кристаллической решетке никеля; α — угол скольжения; n — порядок (номер) дифракционного максимума.

На рис. 2.3. изображена кристаллическая решетка никеля ($d = 0,91 \text{ \AA}$), на котором проводились опыты Дэвиссона и Джермера по рассеянию электронов под углом падения $i = 35$ ($\alpha = 90 - i$) при напряжении $U = 54 \text{ В}$.

Рассчитаем длину волны:

$$\lambda_B = \frac{12,25}{\sqrt{U}} = \frac{12,25}{\sqrt{54}} = 1,67 \text{ \AA},$$

$$\lambda_B = 2 \cdot 0,91 \cdot \sin 65^\circ = 1,65 \text{ \AA}.$$

Результаты расчетов являются прекрасным доказательством правильности идеи де Бройля.

Теперь подставим в уравнение (2.5) выражение для дебройлевской длины волны и получим выражение

$$2d \sin \theta = n \frac{12,25}{\sqrt{U}}$$

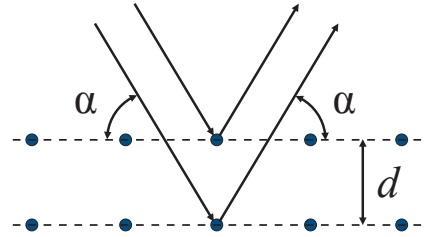


Рис. 2.3

Поскольку в опыте величины угол скольжения (α), параметр кристаллической решетки (d) и ускоряющая разность потенциалов (U) оставляли неизменными, то следует, что $\sqrt{U} \sim n$, то есть значения \sqrt{U} , при которых наблюдаются максимумы отражения, должны находиться на одинаковых расстояниях друг от друга, так как $n = 1, 2, 3, \dots$.

Это и подтверждено опытами Дэвиссона и Джермера. Такая же картина возникает при дифракции рентгеновских лучей от кристаллической решетки. Вскоре после опытов Дэвиссона и Джермера волновые свойства электронов были обнаружены в экспериментах Тартаковского и Томсона.

Опыты состояли в прохождении пучков электронов сквозь тонкие пленки ($\approx 10^{-5}$ см) поликристаллической структуры. Результаты опытов по виду были аналогичны дифракционной картине, полученной при рассеянии рентгеновских лучей на поликристаллах по методу Дебая — Шеррера. Томсон, пользуясь фотографиями, проверил формулу де Бройля, определив период кристаллической решетки некоторых металлов — Al, Cu, Au. Результаты совпали с известными данными рентгеноструктурного анализа.

В 1949 г. в Москве Биберман, Сушкин и Фабрикант осуществили опыты по дифракции одиночных, поочередно летящих электронов. Интенсивность электронного пучка была такова, что на тонкую пленку вещества одновременно попадал только один электрон. Результат наблюдения после многократного «обстрела» вещества поочередно летящими электронами в точности соответствовал дифракционной картине, полученной на данном веществе при облучении его световым потоком. Кроме того, она совпадает с картиной, полученной при наблюдении на электронных пучках.

Таким образом, на основе эксперимента можно сделать вывод: *каждый электрон проявляет волновые свойства*. Дифракционные явления

обнаружены для нейтронов, протонов и молекулярных пучков некоторых газов.

Современная трактовка корпускулярно-волнового дуализма может быть выражена словами академика Фока о том, что для атомного объекта существует потенциальная возможность проявлять себя в зависимости от внешних условий либо как волна, либо как частица, либо промежуточным образом. Именно в этой *потенциальной* возможности различных проявлений свойств, присущих микрообъекту, и состоит дуализм волна — частица.

2.3. Соотношение неопределенностей как проявление волновых свойств

.....

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества для описания микрочастиц используются то волновые, то корпускулярные представления. Одновременное существование столь различных свойств не может быть объяснено в рамках классической механики. Это приводит к предположению, что некоторые понятия классической механики неприемлемы к частицам микромира. Например, в классической механике для движущегося тела или материальной точки всегда можно одновременно точно определить и скорость, и координату, и вычислить траекторию движения.

Для микрочастиц, ввиду их волновых свойств, одновременные значения координат и скорости (импульса) не существуют, следовательно, нельзя говорить о траектории движения микрочастицы — понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла. Учитывая соотношение (2.2), приходим к выводу, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. И наоборот, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то ее импульс является полностью неопределенным.

В теории волн существует соотношение между Δx , пространственной протяженностью некоторого цуга волн, и Δk , интервалом волновых чисел монохроматических волн, составляющих этот цуг:

$$\Delta x \Delta k \geq 1.$$

Это соотношение справедливо для любых волновых процессов.

Для волны, связанной с частицей, движущейся вдоль оси X с импульсом

$$P_x = \frac{h}{\lambda} = \frac{h2\pi}{2\pi\lambda} = \hbar k,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34}$, Дж·с; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, получаем для интервала волновых чисел выражение

$$\Delta k = \frac{\Delta P_x}{\hbar}. \quad (2.6)$$

Соотношение (2.6) можно переписать в виде

$$\Delta x \Delta P_x \geq \hbar. \quad (2.7)$$

Рассмотрев движение частицы вдоль осей Y и Z , получим аналогичные соотношения:

$$\begin{aligned} \Delta y \Delta P_y &\geq \hbar, \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \hbar. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Выражения (2.7) и (2.8) называются соотношениями неопределенностей Гейзенберга, объединим их вместе:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta P_x &\geq \hbar, \\ \Delta y \Delta P_y &\geq \hbar, \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \hbar. \end{aligned} \quad (2.9)$$

В (2.9) Δx , Δy , Δz — интервалы координат, в которых может быть локализована частица, описываемая волной де Бройля; ΔP_x , ΔP_y , ΔP_z — интервалы, в которых заключены проекции импульса частицы по осям X , Y , Z соответственно.

Соотношениями неопределенностей Гейзенберга (2.9) показывают, что охарактеризовать микрочастицу с помощью физических величин, присущих обычной макрочастице, можно лишь с определенным приближением. При этом, чем точнее мы будем определять координату частицы x ($\Delta x \rightarrow 0$), тем с меньшей точностью мы сможем определить ее импульс P_x , следовательно, и ее скорость V_x , так как $\Delta P_x = m \Delta V_x$, то

$$\Delta V_x = \frac{\hbar}{m \Delta x}. \quad (2.10)$$

Для иллюстрации рассмотрим несколько примеров.

1. Движение дробинки.

Масса дробинки $m = 0,1$ г, скорость ее определена с точностью $\Delta V_x = 10^{-2}$ м/с. Найдем неопределенность ее координаты Δx , используя (2.6) или (2.9):

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{m\Delta V_x}; \quad \Delta x \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}} \geq 10^{-28}, \text{ м.}$$

Таким образом, получили, что для дробинки, масса которой во много раз превышает массу частиц, находящихся внутри атома (электрон, протон, нейтрон), неопределенность в значениях координаты, определяемая по соотношениям Гейзенберга, во много раз меньше самой координаты. Следовательно, для макроскопических тел соотношения неопределенностей не ограничивают возможность применения таких понятий, как координата, скорость, импульс и т. д., то есть для макроскопических тел можно говорить о точных значениях координат и скоростей и рассматривать движение тела по траектории в соответствии с законами классической механики.

2. Движение микрочастицы.

Пучок электронов движется внутри электронно-лучевой трубки со скоростью $V_x = 10^6$ м/с, которая определена с точностью 0,01 %, то есть $\Delta V_x = 10^2$ м/с. Найдем неопределенность в координате электронов пучка. Используя (2.6) или (2.9), получим:

$$\Delta X \geq \frac{\hbar}{m\Delta V_x}; \quad \Delta X \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2} \geq 10^{-6}, \text{ м.}$$

Видно, что для электронов, двигающихся в электронно-лучевой трубке, скорости и координаты могут быть определены одновременно точно. В этом случае электрон ведет себя как обычная макрочастица, то есть можно говорить о движении его по определенной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью.

3. Движение электрона в атоме.

Размеры атома — порядка 10^{-10} м, то есть неопределенность координаты электрона в каждый момент времени составляет именно такую величину, $\Delta x = 10^{-10}$ м. Рассчитаем неопределенность скорости, используя (2.10):

$$\Delta V_x = \frac{\hbar}{m\Delta X} = \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} \approx 10^6, \text{ м/с.}$$

Учитывая, что скорость электрона в атоме $\approx 10^6$ м/с, неопределенность нахождения скорости составляет 100 %. Следовательно, нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью.

Понятие траектории применимо лишь в тех случаях, когда неопределенности в значениях скорости и координаты частицы во много раз меньше, чем сами скорость и координата. Электрон, находящийся в атоме, не подчиняется законам классической физики. Это связано с тем, что движущийся в атоме электрон обнаруживает волновые свойства. В тех случаях, когда размеры области движения частицы велики в сравнении с λ_B , применимы законы и понятия классической механики, то есть частица ведет себя как макрочастица. Если же линейные размеры пространства, где движется частица, сравнимы с λ_B , то законы и понятия классической механики неприменимы, то есть частица ведет себя как волна.

Квантовая теория приводит также к соотношению

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar, \quad (2.11)$$

где Δt — время, в течение которого частица обладает энергией $(E \pm \Delta E)$, время жизни частицы в данном состоянии; ΔE — неопределенность энергии частицы. Например, на самом низком энергетическом уровне атом может пребывать сколь угодно долго ($\Delta t \rightarrow \infty$), поэтому энергия этого состояния вполне определена, то есть $\Delta E = 0$. На более высоком энергетическом уровне атом пребывает недолго, допустим $\Delta t \approx 10^{-8}$, тогда его энергия определена с точностью

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{10^{-8}} = 1,05 \cdot 10^{-26} \text{ Дж.}$$

При переходе с более высокого энергетического уровня на более низкий атом излучает фотон с энергией

$$h\nu = (E + \Delta E) - E' = (E - E') + \Delta E.$$

Таким образом, энергия излученного фотона известна с точностью до ΔE ; величина ΔE определяется временем жизни атома в возбужденном состоянии. Тогда частота излученного фотона имеет неопределенность $\Delta \nu = \Delta E/h$, следовательно, линии спектра будут иметь частоту в пределах $\nu \pm \Delta E/h$, что и наблюдается на опыте — все спектральные

линии имеют конечную ширину, измерив которую, можно определить порядок промежутка времени существования атома в возбужденном состоянии, время жизни.

Используем соотношение неопределенностей (2.11) для оценки минимальной энергии электрона в атоме водорода. Размер атома $r \approx 10^{-10}$ м, следовательно, неопределенность координаты такого электрона равна $\Delta x = 10^{-10}$. Найдем неопределенность скорости этого электрона согласно (2.10):

$$\Delta V_x = \frac{\hbar}{m_e \Delta x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Учитывая, что скорость электрона в атоме водорода $V_x \approx 10^6$ м/с, получаем, что неопределенность скорости составляет 100 %, то есть $V_x \approx \Delta V_x$, следовательно $P_x \approx \Delta P_x$. Воспользовавшись (2.2), получаем

$$P_x \geq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{r}.$$

Энергию электрона в кулоновском поле ядра можно представить как сумму кинетической и потенциальной энергий:

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - k \frac{Ze^2}{r} = \frac{\Delta p^2}{2m_e} - k \frac{Ze^2}{r} = \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - k \frac{Ze^2}{r},$$

где P — импульс электрона, m — масса электрона, $Z = 1$ — зарядовое число, то есть номер элемента, e — заряд электрона, r — радиус орбиты электрона.

Значения радиуса r_{\min} , при котором энергия электрона минимальна, можно найти, приравняв производную dE/dr к нулю.

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{m_e r_{\min}^3} + k \frac{Ze^2}{r_{\min}^2} &= 0, \\ r_{\min} &= \frac{\hbar^2}{kZe^2 m_e} = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{Ze^2 m_e}, \\ r_{\min} &= \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{1 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м.} \end{aligned}$$

Подставим r_{\min} в уравнение для энергии электрона в атоме водорода и найдем минимальную энергию:

$$E_{\min} = \frac{\hbar^2 Z^2 e^4 m_e}{2 m_e \hbar^4 (4\pi\epsilon_0)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2 Ze^2 m_e}{\hbar^2 4\pi\epsilon_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Z^2 e^4 m_e}{(4\pi\epsilon_0) \hbar^2},$$

$$E_{\min} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{(4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}) \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^2} = -13,6 \text{ эВ}.$$

Этот результат также совпадает с энергией основного состояния атома водорода.

Таким образом, основываясь на волновых представлениях и используя соотношения неопределенностей, мы произвели оценку величин: результат совпадает с данными, полученными в боровской теории атома водорода, и с экспериментальными результатами.

2.4. Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция

.....

Волны де Бройля, связанные с движущимися частицами, имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии в классической физике. Для понимания физического смысла волн де Бройля полезно вновь обратиться к рассмотрению взаимоотношения между корпускулярными и волновыми свойствами света. Ранее нами был сделан вывод: квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в эту точку (2.1). Вместо амплитуды (A) удобнее рассматривать интенсивность волны (I), пропорциональную квадрату амплитуды $I \sim A^2$.

Из опытов по дифракции электронов обнаруживается неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных или рассеянных по различным направлениям — в некоторых направлениях наблюдается большее количество электронов, то есть вероятность попадания электронов в различные точки экрана наблюдения неодинакова. С волновой точки зрения это соответствует большей интенсивности волн де Бройля в этих направлениях. Другими словами, интенсивность волн в данной точке пространства определяет число электронов, попавших в эту точку за 1 с. Это послужило основанием для статистического, вероятностного истолкования волн де Бройля. Квадрат модуля амплитуды волны де Бройля в данной точке пространства является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке:

$$|A^2| \sim W.$$

Чтобы описать распределение вероятности нахождения частицы в данный момент времени, в некоторой области пространства введем *волновую функцию* — $\psi(x, y, z, t)$. Определим ее следующим образом: вероятность (dW) того, что частица находится в элементе объема (dV), пропорциональна $|\psi|^2$ и элементу объема (dV):

$$dW = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 dx dy dz,$$

где $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$, ψ^* — функция, комплексно сопряженная с ψ .

Величина $|\psi|^2$ имеет смысл плотности вероятности:

$$\rho = \frac{dW}{dV} = |\psi|^2, \quad (2.12)$$

то есть определяет вероятность нахождения частицы в данной точке пространства. Иными словами, $|\psi|^2$ определяет интенсивность волн де Бройля. Таким образом, физический смысл имеет не сама ψ -функция, а квадрат ее модуля $|\psi|^2$.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V , согласно теореме сложения вероятностей, равна

$$W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV.$$

Из определения волновой функции следует, что она должна удовлетворять условию нормировки. Нормировать ψ -функцию следует так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу, если за объем V принять бесконечный объем всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, условие нормировки вероятностей имеет вид

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1.$$

Это условие говорит об объективном существовании частицы во времени и пространстве. Чтобы волновая функция ψ являлась объективной характеристикой состояния микрочастицы, она должна быть:

- 1) конечной (так как вероятность не может быть больше единицы);
- 2) однозначной (так как вероятность не может быть многозначной величиной);

3) непрерывной (так как вероятность не может изменяться скачками).

Волновая функция удовлетворяет суперпозиции: если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n$, то она может находиться в состоянии ψ , описываемом линейной комбинацией этих функций

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n.$$

Знание волновой ψ -функции позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин.

2.5. Уравнение Шрёдингера

В классической физике уравнение Ньютона позволяет решать основную задачу — по заданным силам, действующим на тело, и по начальным условиям определить в любой момент времени координаты тела и его скорость, то есть описать движение тела в пространстве и во времени. В квантовой механике необходимо учесть двойственную природу микрочастиц, которая ограничивает возможность применения к таким частицам классических понятий о координате и скорости. Это уравнение должно быть таким, чтобы позволяло учесть волновые свойства частиц. Поскольку положение частицы в пространстве задается в квантовой механике через волновую функцию $\psi(x, y, z, t)$, то основное уравнение квантовой механики должно быть уравнением относительно функции $\psi(x, y, z, t)$. Это уравнение должно быть волновым, ибо из него должны получить свое объяснение опыты по дифракции микрочастиц.

Основное уравнение квантовой механики было найдено в 1926 г. Э. Шрёдингером. Как и законы Ньютона, уравнение Шрёдингера постулируется. Справедливость доказывается тем, что выводы квантовой механики, полученные с помощью этого уравнения в атомной и ядерной физике, находятся в хорошем согласии с опытом. Уравнение Шрёдингера имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (2.13)$$

где m — масса частицы; $U(x, y, z, t)$ — потенциальная энергия частицы в силовом поле, где она движется; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор

Лапласа, $\psi = \psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция.

Уравнение (2.13) называют *временным* или общим уравнением Шрёдингера. Оно справедливо для любой частицы с массой m , которая движется со скоростью $V \ll c$. Решение уравнения (2.13) можно представить в виде

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot \varphi(t),$$

где $\psi(x, y, z)$ — координатная или амплитудная часть волновой функции; $\varphi(t)$ — временная часть волновой функции.

При решении ряда физических задач микромира необходимо уметь находить стационарные решения уравнения Шрёдингера, то есть не содержащие времени. Это имеет смысл в тех случаях, когда потенциальная энергия частицы не зависит от времени $U = U(x, y, z)$. Решением в этом случае будет волновая функция вида $\psi = \psi(x, y, z)$, то есть ее *амплитудная* часть. Уравнение Шрёдингера, соответствующее этому решению, принимает вид

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x, y, z))\psi = 0, \quad (2.14)$$

где m — масса частицы; E — полная энергия частицы; Δ — оператор Лапласа.

Это уравнение называется *стационарным уравнением Шрёдингера*.

Уравнение (2.14) — важнейшее соотношение нерелятивистской квантовой механики, которое играет основную роль в атомной физике. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения, подобные уравнению (2.14), имеют множество решений, из которых физика отбирает лишь те, которые имеют физический смысл. Для уравнения Шрёдингера это те волновые функции, которые удовлетворяют свойствам ψ -функции (однозначность, конечность, непрерывность, вместе с первыми производными).

Волновые функции $\psi = \psi(x, y, z, t)$, удовлетворяющие уравнению Шрёдингера при данном $U = U(x, y, z)$, называют *собственными* функциями. Значения полной энергии (E), при которых существуют решения уравнения Шрёдингера (2.14), называются *собственными значениями*. Собственные значения E могут образовывать как непрерывный,

так и дискретный ряд. В первом случае будет присутствовать сплошной спектр энергий, а во втором — дискретный.

2.6. Движение свободной частицы

Свободная частица — это частица, движущаяся при отсутствии внешних полей. Рассмотрим частицу, которая движется вдоль оси X , то есть будем решать одномерную задачу. Поскольку она свободная, на нее не действуют силы, и ее потенциальная энергия $U(x) = \text{const}$. Положим $U(x)$ равной нулю. Тогда полная энергия этой частицы совпадает с кинетической, и стационарное уравнение Шрёдингера (2.14) принимает вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; \quad (2.15)$$

если ввести обозначение

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = k^2, \quad (2.16)$$

то уравнение (2.14) можно записать как:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0. \quad (2.17)$$

Решение уравнения (2.17) имеет вид

$$\psi(x) = Ae^{ikx},$$

где $A = \text{const}$ и $k = \text{const}$.

Собственные значения энергии получим из (2.16):

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{P_x^2}{2m}.$$

Зависимость энергии от импульса частицы имеет вид, типичный для нерелятивистской частицы. Следовательно, энергия свободной частицы (E), как и волновое число (k), может принимать любые значения, то есть ее энергетический спектр непрерывный. Таким образом, свободная микрочастица описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Этому соответствует плотность вероятности

обнаружения частицы в данной точке пространства, которая не зависит от времени:

$$|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^* = A^2,$$

то есть все положения частицы в пространстве равновероятны.

2.7. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими стенками

.....

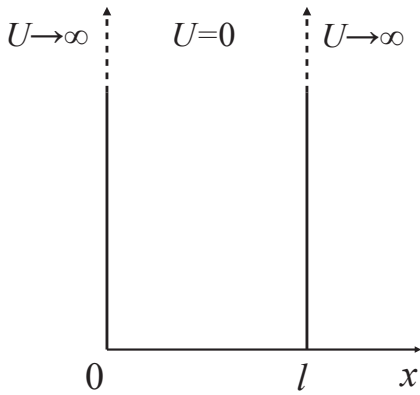


Рис. 2.4

Рассмотрим поведение частицы в потенциальном поле, показанном на рис. 2.4. Для простоты рассмотрим одномерный случай, когда частица движется вдоль оси x . Такая «яма» описывается потенциальной энергией

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq l, \\ \infty & x > l \end{cases}$$

где l — ширина ямы, а энергия отсчитывается от ее дна.

Запишем уравнение Шрёдингера (2.14) для стационарных состояний в случае одномерной задачи:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\psi = 0. \quad (2.18)$$

По условию задачи («яма» имеет бесконечно высокие «стенки») частица не проникает за пределы «ямы», поэтому вероятность ее обнаружения и волновая функция за пределами «ямы» равны нулю. На границах «ямы» ($x = l$ и $x = 0$) волновая функция вследствие непрерывности также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия принимают вид

$$\psi(0) = 0 \quad \text{и} \quad \psi(l) = 0. \quad (2.19)$$

Тогда в пределах ямы уравнение (2.18) сведется к уравнению

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$$

или

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad \text{где} \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E. \quad (2.20)$$

Запишем общее решение уравнения (2.20):

$$\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx. \quad (2.21)$$

Используя первое граничное условие из (2.19), получим $B = 0$, тогда решение (2.21) принимает вид

$$\psi(x) = A\sin kx. \quad (2.22)$$

Используя второе граничное условие из (2.19), приходим к выводу, что $kl = n\pi$, где n — целое число, следовательно,

$$k = n\frac{\pi}{l}. \quad (2.23)$$

Условие (2.23) имеет простой физический смысл. Так как волновое число связано с длиной волны

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.24)$$

где λ — длина волны де Бройля для микрочастицы, то, приравняв правые части (2.23) и (2.24), мы получим:

$$n\frac{\pi}{l} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{или} \quad l = n\frac{\lambda}{2}.$$

Следовательно, на длине ямы (l) должно укладываться целое число длин полуволен ($\lambda/2$), то есть образуется стоячая волна, причем возможные длины волн λ_n принимают дискретный ряд значений. Из уравнений (2.20) и (2.23) следует, что

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.25)$$

Мы пришли к очень важному выводу: *энергия частицы в потенциальной яме не может быть любой. Она принимает лишь ряд дискретных собственных значений E_n . Другие значения энергии невозможны.* Фи-

зические величины, которые могут принимать лишь определенные дискретные значения, называются квантованными. Следовательно, энергия частицы в потенциальной «яме» квантована.

Квантованные значения энергии называются *уровнями энергии*, а числа n , которые определяют энергетические уровни частицы, называются *квантовыми числами*. Таким образом, частица в потенциальной «яме» может находиться на определенном энергетическом уровне, иногда говорят, в определенном квантовом состоянии n .

Интервал между соседними энергетическими уровнями равен

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}(2n+1). \quad (2.26)$$

Для «ямы», размеры которой соизмеримы с размерами атома ($l = 10^{-9}$ м),

$$\Delta E = 5,4 \cdot 10^{-20} (2n+1) \text{ Дж} = 0,34(2n+1) \text{ эВ},$$

для «ямы» макроскопических размеров ($l = 10^2$ м) —

$$\Delta E = 5,4 \cdot 10^{-34} (2n+1) \text{ Дж} = 0,34 \cdot 10^{-25} (2n+1) \text{ эВ}.$$

В последнем случае энергетические уровни расположены столь тесно, что их можно считать квазинепрерывными. Для такой потенциальной «ямы» квантование энергии дает результаты, мало отличающиеся от результатов классической физики. Отметим, что $\Delta E \rightarrow 0$ при $l \rightarrow \infty$, то есть энергетический спектр свободной частицы будет непрерывным.

Кроме того, квантово-механическое решение данной задачи приводит к выводу, что частица в потенциальной «яме» не может иметь энергию меньше минимальной, равной

$$E_{\min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Рассмотрим влияние квантового числа n на характер расположения энергетических уровней частицы в потенциальном «ящике». Сравним интервал между соседними энергетическими уровнями с энергией частицы, находящейся на n -м уровне, используя соотношения (2.25) и (2.26):

$$\frac{\Delta E}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2}.$$

Тогда для больших квантовых чисел $n \gg 1$ (то есть $2n + 1 \approx 2n$) получим

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} \cong \frac{2}{n} \ll 1,$$

то есть соседние уровни расположены тесно; тем теснее, чем больше n . Этот результат является частным случаем *принципа соответствия Бора*: при больших значениях квантовых чисел законы квантовой механики должны переходить в законы классической физики. Например, согласно гипотезе де Бройля, волновые свойства присущи всем телам, однако в случае макроскопического тела волновыми свойствами можно пренебречь, то есть применить классическую механику Ньютона.

Запишем собственные ψ -функции, подставив в уравнение (2.22) значения k (2.23):

$$\psi(x) = A \sin n \frac{\pi}{l} x.$$

Постоянную A найдем из условия нормировки (2.12):

$$A^2 \int_0^l \sin^2 n \frac{\pi}{l} x dx = 1. \quad (2.27)$$

Решая уравнение (2.27) относительно A , получим:

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Окончательно собственные ψ -функции будут иметь вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \left(n \frac{\pi}{l} x \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Изобразим поведение собственных функций $\psi_n(x)$ и плотности вероятности обнаружения частицы $|\psi_n(x)|^2$ в различных точках «ямы» для трех энергетических уровней при $n = 1, 2, 3$

Из рис. 2.5. следует, что в квантовом состоянии при $n = 2$ частица не может находиться в середине «ямы», но одинаково часто может встретиться в точках с координатами $x = \frac{l}{4}$ и $x = \frac{3}{4}l$, что

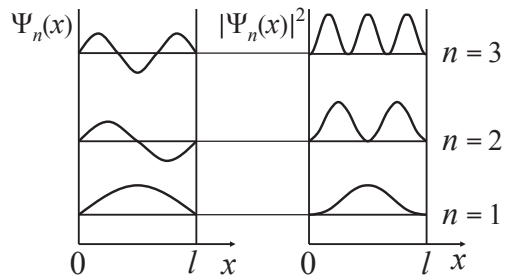


Рис. 2.5

еще раз свидетельствует о несостоятельности представлений о траекториях частицы в квантовой механике.

2.8. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект

Качественное различие свойств макро- и микрочастиц особенно резко сказывается в их поведении при встрече с потенциальным барьером. Предположим, частица движется вдоль оси X в таком силовом поле, когда область движения частицы разделена потенциальным барьером.

$$\begin{aligned} U(x) &= 0 \text{ при } x < 0 \text{ и } x > l, \\ U(x) &= \text{const при } 0 < x < l. \end{aligned}$$

Если полная энергия частицы $E < U$, то с классической точки зрения частица может двигаться лишь в областях I и III ($x < 0$ или $x > l$). Проникнуть в область барьера она не может, так как там ее кинетическая энергия, равная $E_k = E - U$, оказалась бы отрицательной, что невозможно. Такая частица не может перейти из области I в область III. Иначе проявляет себя микрочастица, поведение которой описывается уравнением Шрёдингера. Волновая функция в этом случае будет отлична от нуля и в области II, благодаря чему вероятность ее проникновения из области I в область III окажется отличной от нуля. Следовательно, микрочастица с энергией, меньшей высоты барьера, способна пройти («просочиться») сквозь потенциальный барьер. Это явление называется *туннельным эффектом*, для его описания вводится *коэффициент прозрачности* (D) потенциального барьера. Если, по аналогии с оптикой, для волн де Бройля подсчитать интенсивность падающей на барьер волны ($I_{\text{пад}}$) и интенсивность волны, прошедшей сквозь барьер ($I_{\text{прох}}$), то прозрачностью, или коэффициентом прозрачности, потенциального барьера называется величина

$$D = \frac{I_{\text{прох}}}{I_{\text{пад}}}.$$

Примерами туннельного эффекта могут служить выбрасывание α -частицы из ядра радиоактивного атома и переход электрона из металла в вакуум.

Расчет показывает, что вероятность просачивания частицы через барьер может быть выражена уравнениями:

- коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера (рис. 2.6):

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}l\right),$$

где D — коэффициент прозрачности потенциального барьера; D_0 — постоянный коэффициент, близкий к единице; m — масса частицы; E — энергия частицы; l — ширина барьера; U — высота барьера, то есть значение потенциальной энергии;

- коэффициент прозрачности барьера сложной формы (рис. 2.7):

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x)-E)}dx\right),$$

где x_1 и x_2 — координаты начала и конца барьера; $U(x)$ — значение потенциальной энергии для данного значения полной энергии E .

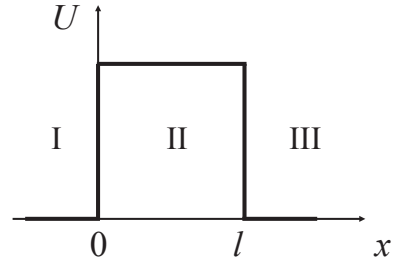


Рис. 2.6

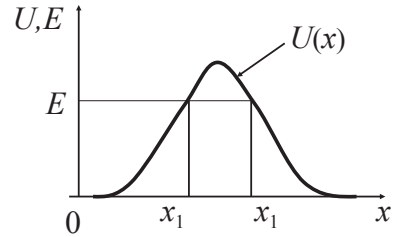


Рис. 2.7

2.9. Линейный гармонический осциллятор

Линейный гармонический осциллятор — система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы. Модель часто используется во многих задачах классической и квантовой теории. Пружинный, физический и математический маятники — примеры классических гармонических осцилляторов. Потенциальная энергия гармонического осциллятора:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2x^2, \quad (2.28)$$

где k — коэффициент жесткости системы; x — отклонение от положения равновесия; ω_0 — собственная частота колебаний осциллятора; m — масса колеблющейся системы.

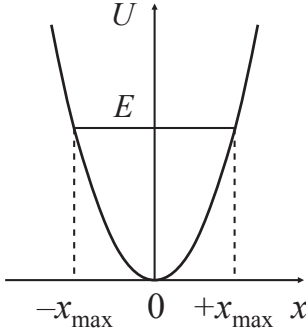


Рис. 2.8

Кривая потенциальной энергии осциллятора $U(x)$ имеет вид «ямы» с параболическими стенками (рис. 2.8). Амплитуда колебаний осциллятора определяется его полной энергией. В точках $\pm x_{\max}$ полная энергия равна потенциальной, поэтому с классической точки зрения частица не может выйти за пределы области (от $-x_{\max}$ до $+x_{\max}$).

Гармонический осциллятор в квантовой механике описывается стационарным уравнением Шрёдингера (2.14) с учетом вида потенциального поля (2.28):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0. \quad (2.29)$$

Уравнение (2.29) решается только при собственных значениях энергии:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.30)$$

Выражение (2.30) показывает, что энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения, то есть энергия квантуется, причем существует минимальная энергия квантового гармонического осциллятора:

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0. \quad (2.31)$$

Энергия (2.31) называется *энергией нулевых колебаний*. Она определяется только собственной частотой осциллятора, ее невозможно отнять у осциллятора никаким охлаждением, она сохранилась бы и при $T = 0$ К. Нулевой энергии соответствуют нулевые колебания гармонического осциллятора. Это значит, что частица не может находиться на дне потенциальной «ямы». Из соотношения (2.30) следует, что уровни энергии линейного гармонического осциллятора расположены равномерно — расстояния между соседними уровнями равны.

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \hbar \omega_0.$$

Схема энергетических уровней квантового осциллятора показана на рис. 2.9.

Решение задачи о квантовом осцилляторе показывает, что частицу можно обнаружить за пределами дозированной области $|x| < x_{\max}$, что объясняется возможностью прохождения микрочастицы сквозь потенциальный барьер.

То, что минимальная энергия квантового осциллятора не равна нулю (частица не может находиться на дне потенциальной «ямы»), связано с принципом неопределенности. Если бы энергия частицы была равна нулю, то частица покоилась бы, и ее импульс и координаты имели бы одновременно определенные значения, что противоречит принципу неопределенности. Наличие нулевой энергии квантового осциллятора подтверждается экспериментально.

Расчеты, выходящие за рамки уравнения Шрёдингера, показывают, что для квантового осциллятора возможны переходы лишь между соседними стационарными уровнями, при которых квантовое число изменяется на единицу: $\Delta n = \pm 1$. При каждом из этих переходов испускается или поглощается квант энергии $\hbar\nu$.

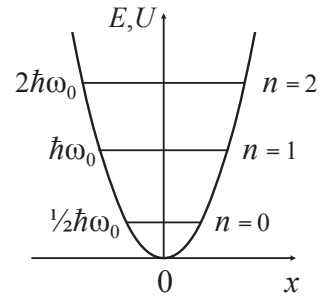


Рис. 2.9

2.10. Общие методические указания к решению задач в разделе «Квантовая механика»

Квантовая механика — механика микрочастиц (электронов, протонов, атомов и др.), особенности поведения которых обусловлены тем, что они обнаруживают волновые свойства. Впервые особенности поведения атомов попытался объяснить Бор. Опираясь на модель атома Резерфорда и сформулировав постулаты, он сделал вывод, что энергетический спектр электрона в атоме дискретен — существуют разрешенные и запрещенные энергетические состояния для электрона.

Луи де Бройль в 1924 г. выдвинул утверждение, что с любой движущейся материальной частицей связана волна — волна де Бройля ($\lambda_B = h/mv$). Свойства этих волн определяются энергией ($\epsilon = h\nu$) и импульсом ($P = mv$) частицы, а длина волны — по уравнению $\lambda_B = h/P = h/mv$.

Шрёдингер записал уравнение, которое учитывает фундаментальное свойство микрочастиц — их корпускулярно-волновую природу. Уравнение Шрёдингера выполняет такую же роль в квантовой механике, как и второй закон Ньютона в классической механике. Это закон движения микрочастиц.

Гейзенберг в 1927 г. сформулировал и записал соотношения неопределенностей, которые учитывают двойственную природу микромира. Если частица на опыте обнаруживает волновые свойства, то невозможно одновременно и одинаково точно определить ее координаты и импульс.

2.11. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Квантовая механика»

.....

- Формула де Бройля:

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{mV},$$

где $\lambda_{\text{Б}}$ — волна, связанная с частицей, обладающей импульсом $P = mV$; m — масса частицы; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка.

- Соотношение неопределенностей для координат и импульса частицы:

$$\Delta x \Delta P_x \geq \hbar;$$

$$\Delta y \Delta P_y \geq \hbar;$$

$$\Delta z \Delta P_z \geq \hbar,$$

где Δx , Δy , Δz — неопределенность координат; ΔP_x , ΔP_y , ΔP_z — неопределенность соответствующих проекций импульса частицы на оси координат.

- Соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \Delta \tau \geq \hbar,$$

где ΔE — неопределенность энергии данного квантового состояния; $\Delta \tau$ — время пребывания системы в данном состоянии.

- Стационарное уравнение Шрёдингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где Δ — оператор Лапласа (вторая производная от волновой функции по координатам); $\psi = \psi(x, y, z)$ — координатная часть волновой функции; $U = U(x, y, z)$ — потенциальная энергия частицы; E — полная энергия частицы; m — масса частицы.

- Вероятность нахождения микрочастицы в объеме dV :

$$dW = \psi \cdot \psi^* dV = |\psi|^2 dV,$$

где ψ — волновая функция описываемого состояния системы; ψ^* — функция, комплексно сопряженная с ψ ; $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$ — квадрат модуля волновой функции — плотность вероятности местонахождения частицы.

- Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2 :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

- Условие нормировки волновой функции — вероятность местонахождения микрочастицы в пределах от $-\infty$ до $+\infty$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1.$$

Интегрирование ведется по всему бесконечному пространству.

- Собственные значения энергии частицы, находящейся на n -ом энергетическом уровне в одномерной прямоугольной потенциальной «яме» с бесконечно высокими стенками:

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где l — ширина ямы; m — масса частицы; n — номер энергетического уровня; $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

- Собственная волновая функция, соответствующая приведенному выше собственному значению энергии:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin n \frac{\pi}{l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера конечной ширины l :

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} \right],$$

где $D_0 \approx 1$; $U = U(x, y, z)$ — высота потенциального барьера; E — полная энергия частицы.

2.12. Алгоритм решения задач в разделе «Квантовая механика»

1. Прочитать условие задачи. Понять, что речь идет о микрочастицах, то есть частицах, проявляющих на опыте свои волновые свойства.
2. Определиться с возможностью описать поведение микрочастицы, используя соотношения неопределенностей Гейзенберга или уравнение Шрёдингера.
3. Кратко записать условие задачи. Перевести все данные в систему СИ.
4. Применить конкретные уравнения для расчета искомой величины.
5. Подставить численные значения заданных в условии задачи величин и рассчитать требуемую величину.
6. Записать ответ.

2.13. Примеры решения задач

2.13.1. Волны де Бройля

Пример 2.1. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов 51 В. Найти длину волны де Бройля электрона.

Дано:

$$U = 51 \text{ В}$$

$$\lambda_{\text{Б}} = ?$$

Решение

1. Запишем формулу де Бройля:

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{mV}.$$

2. Пройдя ускоряющую разность потенциалов, электрон приобрел кинетическую энергию (нерелятивистский случай):

$$eU = \frac{mV^2}{2} = \frac{(mV)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}.$$

3. Отсюда выразим импульс электрона и запишем выражение для длины волны де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{h}{\sqrt{2me}\sqrt{U}} = \frac{12,25}{\sqrt{U}}, \text{Å}.$$

4. Вычислим длину волны де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{12,25}{\sqrt{51}} = 1,71 \text{ Å}.$$

Ответ: $\lambda_B = 1,71 \text{ Å}$.

Пример 2.2. Вычислить, с какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля для него численно равна его комптоновской длине волны.

Дано:

$$\lambda_B = \Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 2,42 \cdot 10^{-14} \text{ м}$$

$V = ?$

Решение

1. Запишем уравнение де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{m_e V}, \quad \text{где} \quad m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

2. Составим уравнение:

$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{h}{m_e V} \Rightarrow \frac{h}{m_0 c} = \frac{h \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{m_0 V}.$$

3. Решим уравнение относительно скорости электрона:

$$\frac{V}{c} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{V^2}{c^2} = 1 - \frac{V^2}{c^2} \Rightarrow V^2 = \frac{c^2}{2}.$$

4. Подставив численные значения, рассчитаем скорость электрона:

$$V^2 = \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{2} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad V = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Ответ: $V = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Пример 2.3. Электрон движется по окружности радиусом $R = 0,5 \text{ см}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 8 \text{ мТл}$. Определить его длину волны де Бройля.

Дано:

$R = 0,5 \text{ см} =$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$B = 8 \text{ мТл} =$	$8 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$

$\lambda_B = ?$

Решение

1. Запишем уравнение де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{mV}.$$

2. Электрон движется в магнитном поле, следовательно, на него действует сила Лоренца, и его движение подчиняется второму закону Ньютона. Запишем уравнение второго закона с учетом силы Лоренца и решим его относительно скорости электрона:

$$q_e VB = m_{0e} \frac{V^2}{R} \Rightarrow V = \frac{q_e RB}{m_{0e}}.$$

3. Подставим в уравнение де Бройля найденную скорость:

$$\lambda_B = \frac{hm_{0e}}{m_{0e}q_e BR} = \frac{h}{q_e BR}.$$

4. Подставим численные значения и рассчитаем длину волны де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}} = 1,03 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_B = 1,03 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Пример 2.4. Определить длину волны де Бройля электронов, бомбардирующих антикатод рентгеновской трубки, если граница сплошного спектра рентгеновских лучей приходится на 30 \AA .

Дано:

$\lambda_{\min} = 30 \text{ \AA} =$	$10 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
-------------------------------------	-------------------------------

$\lambda_{\text{Б}} = ?$

Решение

1. Для сплошного рентгеновского спектра имеем:

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = \frac{m_{0e} V^2}{2} = \frac{(m_{0e} V)^2}{2m_{0e}} = \frac{p^2}{2m_{0e}}.$$

2. Выразим из последнего уравнения импульс электрона:

$$p_e^2 = \frac{2m_{0e} hc}{\lambda_{\min}}.$$

3. Подставим полученное выражение в уравнение для длины волны де Бройля:

$$\lambda_{\text{Б}} = h \sqrt{\frac{\lambda_{\min}}{2m_{0e} hc}} = \sqrt{\frac{h \lambda_{\min}}{2m_{0e} c}}.$$

4. Подставим численные значения и рассчитаем длину волны де Бройля:

$$\lambda_{\text{Б}} = \sqrt{\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 30 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}} = 0,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_{\text{Б}} = 0,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

2.13.2. Соотношение неопределенностей

Пример 2.5. Кинетическая энергия электрона в атоме (K) составляет величину 10 эВ . Оценить минимальные размеры атома, используя соотношение неопределенностей.

Дано:

$K = 10 \text{ эВ} =$	$1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	

$l_{\min} = ?$

Решение

1. Электрон находится в атоме, линейные размеры которого l . Следовательно,

$$\Delta x = l_{\min}.$$

2. Запишем соотношение неопределенностей, подставив величину Δx :

$$l_{\min} \Delta p_x \geq h.$$

3. Поскольку надо найти минимальные размеры атома, то Δp_x не должно превышать p_x , то есть $\Delta p_x = p_x$. Импульс связан с кинетической энергией электрона следующим соотношением:

$$K = \frac{p^2}{2m_e}.$$

4. Из последнего уравнения выразим импульс электрона, подставим его в соотношение неопределенностей и решим полученное уравнение относительно минимально линейного размера атома:

$$p_x = \frac{h}{l} = \sqrt{2Km} \Rightarrow l_{\min} = \frac{h}{\sqrt{2Km}}.$$

5. Рассчитаем минимальный размер атома:

$$l_{\min} = \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} = 0,62 \text{ \AA}.$$

Ответ: $l_{\min} = 0,62 \text{ \AA}$.

Пример 2.6. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную полную энергию электрона в атоме водорода и соответствующее эффективное расстояние от ядра.

Дано:

$$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$l_{\text{эф}} = ?$$

$$E_{\min} = ?$$

Решение

1. Электрон находится в атоме водорода, линейные размеры которого l , поэтому:

$$\Delta x = l_{\text{эф}}.$$

2. Из соотношения неопределенностей выразим неопределенность в определении проекции импульса электрона:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{l_{\text{эф}}}.$$

3. Так как по условию задачи надо определить минимальную энергию электрона, то неопределенность в определении проекции импульса примерно равна его импульсу:

$$\Delta p_x \cong p_x.$$

4. Запишем уравнение для кинетической энергии электрона:

$$K = \frac{m_e V^2}{2} = \frac{p^2}{2m_e}.$$

5. Полная энергия электрона в атоме равна

$$E = K + U,$$

где U — потенциальная энергия электрона:

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 l_{\text{эф}}^2}.$$

6. Подставив кинетическую и потенциальную энергии, получим выражение для полной энергии:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 l_{\text{эф}}^2} = \frac{\hbar^2}{2ml_{\text{эф}}^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 l_{\text{эф}}^2}.$$

7. Чтобы найти $l_{\text{эф}}$, возьмем первую производную от полной энергии E по l и приравняем ее к нулю:

$$dE/dl_{\text{эф}} = 0.$$

8. Выразим из полученного уравнения искомую величину $l_{\text{эф}}$:

$$\frac{dE}{dl_{\text{эф}}} = -\frac{2\hbar^2}{2ml_{\text{эф}}^3} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 l_{\text{эф}}^2} = 0 \Rightarrow l_{\text{эф}} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{mZe^2}.$$

9. Подставив $l_{\text{эф}}$ в выражение для полной энергии, получим уравнение для E_{min} :

$$E_{\text{min}} = \frac{\hbar^2}{2ml_{\text{эф}}^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 l_{\text{эф}}}.$$

10. Выполним подстановку числовых значений и рассчитаем искомые величины:

$$l_{\text{эф}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (1,05 \cdot 10^{-34})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1 (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

$$E_{\text{min}} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (0,53 \cdot 10^{-10})^2} - \frac{1 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,53 \cdot 10^{-10}} = 13,54 \text{ эВ.}$$

$$\text{Ответ: } l_{\text{эф}} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м,}$$

$$E_{\text{min}} = -21,66 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = -13,54 \text{ эВ.}$$

Пример 2.7. Атом излучает фотон с длиной волны 550 нм. Время излучения 10^{-8} с. Выявить неточность в определении указанной длины волны и то, с какой точностью может быть определено местонахождение данного фотона в направлении его движения.

Дано:

$\lambda = 550 \text{ нм} =$	$5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
$\Delta\tau = 10^{-8} \text{ с}$	
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	

$$\Delta\lambda = ?$$

$$\Delta x = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение для расчета энергии кванта (фотона):

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

2. Для нахождения неточности в определении указанной длины волны ($\Delta\lambda$) возьмем производную от энергии по длине волны и выразим неточность в определении энергии кванта ΔE :

$$\frac{dE}{d\lambda} = -\frac{hc}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta\lambda} = \frac{hc}{\lambda^2}.$$

3. Запишем соотношение неопределенностей для энергии и выразим из него неточность в определении энергии излученного кванта (фотона) ΔE :

$$\Delta E \Delta \tau \geq \hbar \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta \tau}.$$

4. Приравняем выражения для величины ΔE и решим последнее уравнение относительно искомой величины $\Delta \lambda$:

$$\frac{\hbar}{\Delta \tau \Delta \lambda} = \frac{hc}{\lambda^2} \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\hbar \lambda^2}{\Delta \tau hc} = \frac{\lambda^2}{\Delta \tau 2\pi c}.$$

5. Запишем уравнение де Бройля относительно импульса фотона. Возьмем производную от импульса по λ и выразим неточность в определении его импульса Δp :

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta \lambda} = \frac{h \Delta \lambda}{\lambda^2} \Rightarrow \Delta p = \frac{h(\Delta \lambda^2)}{\lambda^2}.$$

6. Используем соотношение неопределенностей для расчета величины неточности в определении координаты фотона ΔX :

$$\Delta p \Delta X \leq \hbar \Rightarrow \Delta X \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{\hbar \lambda^2}{h \Delta \lambda} = \frac{\lambda^2}{2\pi \Delta \lambda}.$$

7. Произведем вычисления заданных величин:

$$\Delta \lambda = \frac{(550 \cdot 10^{-9})}{10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 3,14} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

$$\Delta X = \frac{(550 \cdot 10^{-9})^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-14}} = 3 \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta \lambda = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ м; } \Delta x = 3 \text{ м.}$

Пример 2.8. Найти естественную ширину линии K_α в серии Лаймана в спектре водорода, если время излучения 10^{-8} с . Энергия излучения при соответствующем переходе составляет $10,2 \text{ эВ}$.

Дано:

$$\Delta \tau = 10^{-8} \text{ с}$$

$$E = 10,2 \text{ эВ} = 16,32 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\Delta \lambda = ?$$

Решение

Электрон при переходе в атоме с одного уровня на другой излучает или поглощает энергию. Время излучения ограничено. Длина волны этого излучения будет иметь уширение $\Delta\lambda$, то есть естественную ширину линии.

1. Запишем уравнение для расчета энергии кванта (фотона). Для нахождения неточности в определении указанной длины волны ($\Delta\lambda$) возьмем производную от энергии по длине волны и выразим неточность в определении энергии кванта ΔE :

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{dE}{d\lambda} = -\frac{hc}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta\lambda} = \left| \frac{hc}{\lambda^2} \right|.$$

2. Решим полученное уравнение относительно неопределенности длины волны, то есть $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta E \lambda^2}{hc}.$$

3. Запишем соотношение неопределенностей для энергии и выразим неопределенность энергии электрона, то есть ΔE :

$$\Delta E \Delta\tau \geq \hbar \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta\tau}.$$

4. Подставим величину ΔE в уравнение для $\Delta\lambda$ и получим:

$$\Delta\lambda = \frac{\hbar \lambda^2}{\Delta\tau hc} = \frac{\lambda^2}{\Delta\tau 2\pi c}.$$

5. Учитывая, что $\lambda = \frac{hc}{E}$, окончательное уравнение для расчета естественной ширины спектральной линии принимает вид

$$\Delta\lambda = \frac{(hc)^2}{E^2 2\pi c \Delta\tau} = \frac{h^2 c}{E^2 2\pi \Delta\tau}.$$

7. Подставим численные значения и рассчитаем естественную ширину спектральной K_α линии в серии Лаймана:

$$\Delta\lambda = \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 3 \cdot 10^8}{(16,32 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-8}} = 7,86 \cdot 10^{-16} \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta\lambda = 7,86 \cdot 10^{-16} \text{ м.}$

2.13.3. Уравнение Шрёдингера

Пример 2.9. Частица массы m находится в одномерной потенциальной «яме» в основном состоянии. Найти энергию основного состояния, если на краях «ямы» ψ -функция вдвое меньше, чем в середине.

Решение

1. Запишем стационарное уравнение Шрёдингера:

$$\Delta\psi + k^2(E - U)\psi = 0.$$

Учтем, что на дне «ямы» энергия постоянна, и примем ее за начало отсчета. В этом случае уравнение Шрёдингера принимает вид

$$\Delta\psi + k^2 E\psi = 0,$$

где $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$.

2. Решение стационарного уравнения Шрёдингера имеет вид

$$\psi(X) = A\sin(kX) + B\cos(kX).$$

Учтем граничные условия: при $X = 0$, $\psi(0) = 0$.

Тогда получаем:

$$\psi(0) = B\cos(0), \text{ или } B = \psi(0).$$

Решение уравнения Шрёдингера принимает следующий вид:

$$\psi(X) = \psi(0) \cos(kX).$$

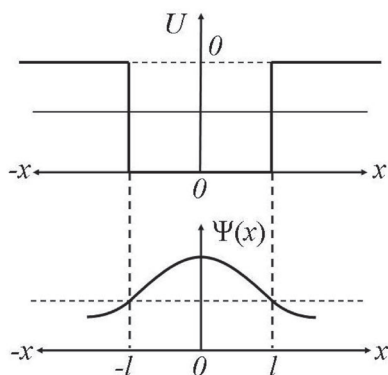
3. По условию задачи $\psi(l) = (1/2)\psi(0)$ и $\psi(-l) = \psi(+l)$, поэтому при $X = l$ имеем:

$$\psi(l) = \psi(-l) = \psi(0) \cos(kl)$$

или

$$(1/2)\psi(0) = \psi(0) \cos(kl).$$

Из последнего уравнения получаем, что $\cos(kl) = 1/2$



4. Поскольку по условию надо найти энергию в основном состоянии, то есть минимальную энергию атома, то $k_1 l = \pi/3$, следовательно, $k_1 = \pi/3l$.

5. Подставив найденное значение k_1 , получим выражение для энергии основного состояния:

$$\frac{2mE_1}{\hbar^2} = \frac{\pi^2}{(3l^2)} \text{ и } E_1 = \frac{(\pi\hbar^2)}{18ml^2}.$$

$$\text{Ответ: } E_1 = \frac{(\pi\hbar^2)}{18ml^2}.$$

Пример 2.10. Необходимо определить, какова ширина (l) одномерной потенциальной «ямы» с бесконечно высокими стенками, если при переходе электрона со второго квантового уровня ($n_1 = 2$) на первый ($n_2 = 1$) излучается фотон с энергией $E = 1$ эВ.

Решение

1. Запишем уравнение для энергии электрона на заданных стационарных уровнях:

$$E_1 = n_1^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad E_2 = n_2^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

2. По условию задачи при указанном переходе выделяется квант энергии:

$$\Delta E = E_1 - E_2.$$

Подставим значения соответствующих энергий и получим уравнение:

$$\Delta E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (n_1^2 - n_2^2).$$

3. Из последнего уравнения выразим искомую величину — ширину «ямы» (l):

$$l^2 = \frac{\hbar^2 (n_1^2 - n_2^2)}{2m\Delta E}.$$

4. Подставим численные значения и сделаем расчет:

$$l^2 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} (4 - 1)}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,129 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2.$$

$$\text{Ответ: } l = 1,062 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Пример 2.11. При какой ширине (l) потенциальной «ямы» дискретность энергии микрочастицы, находящейся в ней, сравнима с энергией теплового движения при температуре T ?

Решение

1. Запишем уравнение для собственных энергий электрона в атоме для стационарных уровней с номерами n и $(n + 1)$:

$$E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{2ml^2} \text{ и } E_{n+1} = (n+1)^2 \frac{\hbar^2}{2ml^2}.$$

2. Запишем дискретность энергии микрочастицы для указанных состояний с номерами n и $(n + 1)$:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = (2n+1) \frac{\hbar^2}{2ml^2}.$$

3. По условию $\Delta E = \frac{3}{2}kT$, поэтому можно записать:

$$(2n+1) = \frac{\hbar^2}{2ml^2} = \frac{3}{2}kT.$$

4. Решаем полученное уравнение относительно ширины «ямы» — l :

$$l = \hbar \sqrt{\frac{2n+1}{3kTm}}.$$

$$\text{Ответ: } l = \hbar \sqrt{\frac{2n+1}{3kTm}}.$$



3.1. Модели атомов

3.1.1. Историческая справка

К концу XIX в. в науке пришли к выводу, что мельчайшие частицы химически простых тел (атомы) являются неделимыми частицами материи — «кирпичиками мироздания». Движение материи понималось как механическое перемещение этих частиц. Изменение химического состава сложных веществ представлялось в виде взаимозамещения неизменных атомов, переходящих от одних соединений (молекул) к другим.

Картина строения материи механистическая, поскольку базируется на совокупности неизменных корпускул, «атомов», взаимодействующих при помощи сил, действующих на расстоянии (без материального носителя взаимодействия). Такой подход метафизический, так как базируется на неизменности, косности, непревращаемости основных элементов материи — атомов.

Д. И. Менделеев считал эти утверждения ошибочными, полагая, что атомы являются сложными частицами материи. К концу XIX в. накопились сведения о свойствах атомов, указывавших на их сложную структуру.

1. Кинетическая теория газов связала величины коэффициентов переноса (диффузии, теплопроводности, внутреннего трения) с длиной свободного пробега и диаметром молекул. Измеряя коэффициенты переноса на опыте, с помощью данных формул оценили диаметры молекул, которые по данным оценкам равны $(2-3) \cdot 10^{-10} \text{ м} = (2-3) \text{ \AA}$:

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle; \quad \eta = D\rho; \quad \kappa = D\rho c_V; \quad \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2\pi d^2 p}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}}.$$

2. При электрическом разряде в газе обнаружены и исследованы катодные лучи, представляющие собой потоки отрицательно заряженных частиц, получивших название *электронов*. Установлено, что электроны вырываются из атомов, которые при этом становятся положительно заряженными ионами.

3. Измерения удельного заряда e/m электронов и ионов показали, что масса электрона в тысячи раз меньше массы атомов.

4. Атомы испускают и поглощают электромагнитные волны (свет) отдельных частот, характерных для каждого элемента. Подробные систематические исследования преимущественно швейцарских физиков (Бальмера, Лаймана и др.) показали, что атомы испускают линейчатые спектры, и различные испускаемые атомом частоты находятся между собой в определенных соотношениях.

Вывод: нейтральные атомы являются сложными системами электрически заряженных частиц. Все атомы содержат совершенно одинаковые по свойствам отрицательно заряженные частицы вещества — электроны. Положительный заряд несет основная масса атома, распределение которого внутри атома неизвестно.

3.1.2. Модель атома Томсона

Первая модель атома была предложена Д.Д. Томсоном в 1910 г. Томсон рассматривал атом в виде сферы, заполненной положительно заряженной материей, в которой «плавают» отрицательно заряженные корпускулы — электроны (рис. 3.1). Чтобы объяснить линейчатые спектры излучения атомов, Д.Д. Томсон представил атом в виде сферы радиуса R , заполненной заряженным веществом с объемной плотностью заряда $+\rho$. Электрон (точечный заряд $-e$) движется на расстоянии r от центра сферы. Чтобы установить вид силы, действующей на электрон, он разделил весь объем сферы на тонкие концентрические шаровые слои.

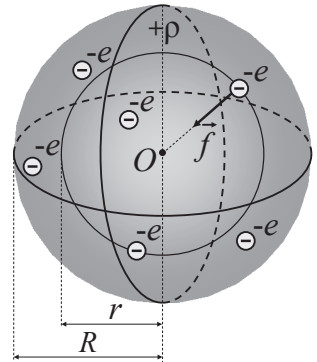


Рис. 3.1

Напряженность электрического поля внутри каждого такого слоя равна нулю, а снаружи такова, как если бы весь электрический заряд слоя был сконцентрирован в центре сферы.

Заряд, сосредоточенный в сфере радиусом r , равен

$$q(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho.$$

Со стороны заряда $q(r)$ на электрон $-e$ действует сила f , которая по закону Кулона определится соотношением

$$f = \frac{-eq}{r^2} = -\frac{4}{3}\pi \rho r = -kr.$$

В отсутствие силы трения электрон движется под действием квазиупругой силы, совершая гармонические колебания около центра сферы. Движение электрона ускоренное и должно сопровождаться испусканием монохроматического излучения с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где m — масса электрона, $k = \frac{4}{3}\pi \rho r$ — коэффициент упругости.

При заданном положении электрона получается лишь одна линия. Если допустить, что расстояние между электроном и центром сферы изменяется непрерывно, как того требуют классические представления, мы получим *сплошной*, а не *линейчатый* спектр. В этом состоит первая проблема модели атома Томсона. Вторая — модель не объясняет периодичности свойств атомов, как того требует периодический закон Д. И. Менделеева.

Вывод: модель Томсона неудовлетворительно описывает свойства атомов.

3.1.3. Модель атома Резерфорда («Планетарная модель»)

Сотрудники Резерфорда, Гейзер и Марсден, исследовали рассеяние α -частиц в тончайшей металлической фольге. Толщина изображенной на рис. 3.2 фольги Φ (золотой, платиновой, медной, серебряной) составляла примерно $4 \cdot 10^{-6}$ м — десятки тысяч атомных слоев. Тонкий пучок I α -частиц рассеивался при прохождении фольги. Рассеянные α -частицы регистрировались по сцинтилляциям. Маленький экран L , по-

крытый флуоресцирующим веществом, на котором и наблюдались вспышки света (сцинтилляции), укреплялся неподвижно на объективе длиннофокусного микроскопа M , с помощью которого велись наблюдения. Микроскоп поворачивался, чтобы можно было определить количество частиц, рассеянных под разными углами Θ к направлению первичного пучка.

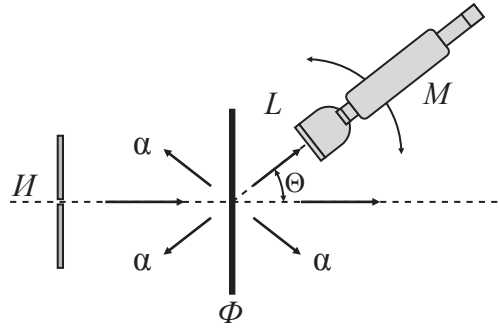


Рис. 3.2

В экспериментах использовали α -частицы по двум причинам: они обладают высокой монохроматичностью (α -частицы, вылетающие из атомов данного сорта, имеют практически одинаковые скорости) и большой массой (масса α -частицы превышает массу электрона в 7296 раз). Большая масса α -частицы имеет особое значение — они не могут отклоняться при столкновениях с электронами, содержащимися в атомах, следовательно, по их рассеянию в веществе можно судить о распределении положительно заряженной материи в атоме.

После прохождения фольги подавляющая часть α -частиц отклонялась на небольшой угол Θ . На угол, превышающий 90° , рассеивалась примерно одна из $2 \cdot 10^4$ частиц. Весьма немногие частицы отклонялись почти на 180° .

Теоретические расчеты показали, что большие отклонения α -частиц не могут происходить за счет многократных отклонений на небольшие углы. Анализируя результаты опытов Гейзера — Марсдена, Резерфорд пришел к заключению: отклонение на большой угол происходит в результате *однократного* взаимодействия α -частицы с положительным зарядом, заключенном в очень малом объеме, по сравнению с объемом атома.

Отклонение α -частицы рассмотрим как результат ее электрического отталкивания от неподвижного положительного заряда, мимо которого она пролетает. Угол отклонения Θ тем больше, чем меньше величина p (рис. 3.3), называемая «параметром удара».

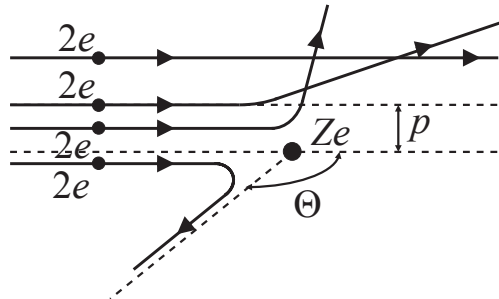


Рис. 3.3

Введем обозначения: Ze — положительный заряд ядра (e — заряд электрона); $2e$ — заряд α -частицы; M — масса α -частицы; v — ее скорость; n — число рассеивающих зарядов (число атомов), приходящихся на 1 см рассеивающей поверхности.

Воспользовавшись методами теории вероятностей и законами динамики, при заданном параметре удара p была найдена вероятность отклонения α -частицы на угол Θ . Анализ полученного результата показывает, что из общего числа N рассеянных α -частиц в телесном угле $d\Omega$, составляющем угол Θ с исходным направлением их движения, рассеется dN частиц:

$$dN = nN \left(\frac{Ze2e}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4 \frac{\Theta}{2}}.$$

Из формулы вытекает важное соотношение:

$$\frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\Theta}{2} = \text{const},$$

которое было проверено для различных материалов, толщин листов и скоростей α -частиц. Применяя тяжелые металлы (когда предположение о неподвижности ядра, испытывшее отдачу, допустимо), получили хорошее согласие с опытом. При изменении $\sin^4 \frac{\Theta}{2}$ примерно в 3500 раз «константа» $\frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\Theta}{2}$ изменяется в пределах 30 %, что доказывает правильность сделанного предположения: рассеяние α -частиц в веществе — это результат их взаимодействия с *тяжелыми, положительно заряженными* частицами. Тяжелые положительно заряженные массы в атоме занимают ничтожно малый объем, поскольку в опытах установлено, что закон Кулона не выполняется при параметрах удара p , меньших $\sim 10^{-15}$ м.

Опираясь на результаты экспериментов и теоретических оценок, Резерфорд предложил «ядерную» модель атома. В центре атома находится положительно заряженное «ядро», масса которого почти равна массе атома. Вокруг ядра под действием электрических сил движутся легкие электроны. Поскольку кулоновские силы убывают с расстоянием точно так же, как и силы ньютоновского тяготения ($1/r^2$), то атом, по представлениям Резерфорда, подобен солнечной системе («Солнце» — ядро, «планеты» — электроны), поэтому ее называют *планетар-*

ной моделью атома. Атомы электронейтральны, следовательно, при заряде ядра Ze вокруг ядра должно двигаться Z электронов.

По результатам рассеяния α -частиц определили заряд ядра (Z): меди (атомный номер 29) — 29,3; платины (атомный номер 77) — 77,4 и серебра (атомный номер 47) — 46,3. По физическому смыслу Z может быть только целой величиной, дробные значения — результат неточности опыта. Число элементарных положительных зарядов, сосредоточенных в ядре атома, равно атомному номеру соответствующего элемента в таблице Д. И. Менделеева и числу электронов, вращающихся вокруг ядра.

Модель Резерфорда — это существенный шаг вперед, поскольку она представила атом как динамическую систему движущихся электрических зарядов.

Вместе с тем, модель, предложенная Резерфордом, не является удовлетворительной. Для электрона, движущегося по определенной орбите вокруг ядра, справедлив второй закон Ньютона:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Zee}{r^2},$$

где r — радиус орбиты, а v — скорость электрона на этой орбите.

Последнее уравнение содержит два неизвестных параметра, v и r , которым отвечает бесчисленное множество возможных орбит на различных расстояниях от ядра. Любому значению r соответствует вполне определенная скорость v и энергия E электрона на данной орбите. Поскольку величины r , v и E могут изменяться непрерывно, то при переходе электрона с одной орбиты на другую может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Согласно этой модели, спектры атомов должны быть *непрерывными (сплошными)*, а не линейчатыми.

Являясь механически устойчивой, модель Резерфорда оказалась неустойчивой с точки зрения законов классической электродинамики. Электроны (крупинки вещества), несущие отрицательные заряды и движущиеся по круговым орбитам, обладают нормальным ускорением, которое составляет величину $a_n \approx 10^{22}$ м/сек².

При таких огромных ускорениях электроны должны интенсивно излучать электромагнитные волны и непрерывно приближаться к ядру, так как их энергия быстро уменьшается. Атом — «солнечная система» Резерфорда — не может существовать дольше миллионных долей секунды.

3.1.4. Модель атома Бора

Следующая попытка выяснить особенности строения атома была предпринята известным датским физиком Н. Бором.

Он исходил из опытного факта — элементарные излучатели (атомы) отдают энергию в виде порций:

$$\varepsilon_i = h\nu_i.$$

Набор возможных значений ε_i (или ν_i) образует не непрерывную последовательность, а дискретный ряд.

Вывод Бора очевиден: *энергия атомов не может изменяться непрерывно*, возможные энергетические состояния атома образуют дискретную последовательность:

$$E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$$

Находясь в одном из таких, по терминологии Бора «разрешенных» состояний, атом не испускает и не поглощает излучения, его энергия остается постоянной. Изменение состояния (энергии) атома происходит в виде скачка — от одного «разрешенного» состояния к другому.

Первый постулат Бора: «излучение испускается (поглощается) при переходе атома из одного разрешенного состояния в другое».

Частота излучения определяется соотношением

$$h\nu = E_k - E_i.$$

Второй постулат Бора: «на разрешенных орбитах момент количества движения электрона mvr должен быть равен целому числу $h/2\pi$ ».

Записывается второй постулат Бора следующим образом

$$mvr = n\hbar,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$.

Здесь использовано общепринятое обозначение:

$$\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6,583 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{сек}.$$

После применения постулатов Бора был рассчитан линейчатый спектр атомарного водорода. Полученные результаты с высокой степенью точности совпали с результатами опытов.

Постулаты Бора находятся в противоречии с классической механикой и электродинамикой. Поскольку электрон представляет собой

отрицательно заряженную корпускулу, то движение его по круговой орбите происходит в соответствии с законами классической механики, но классическая механика разрешает непрерывную последовательность орбит, и исключение большинства из них с сохранением только тех, которые удовлетворяют условию $mvr = n\hbar$, в рамках классической механики не может быть объяснено.

Возможность устойчивого движения заряженной корпускулы по круговой орбите (с ускорением, но без излучения) исключается законами электродинамики. Ускоренное движение заряженной частицы всегда сопровождается электромагнитным излучением.

Поскольку постулаты Бора несовместимы с классической физикой, но отвечают действительному положению вещей, значит, классические законы физики ограничены в своей применимости. Следует искать новые законы природы, правильно описывающие свойства мельчайших частиц вещества.

3.1.5. «Комбинационный принцип» Ритца

Боровская концепция дискретных энергетических уровней атома дает возможность объяснить известную закономерность в спектрах некоторых атомов, формулируемую обычно в виде «комбинационного принципа» Ритца.

Рассмотрим график энергетических уровней электронов в атоме водорода (рис. 3.4.).

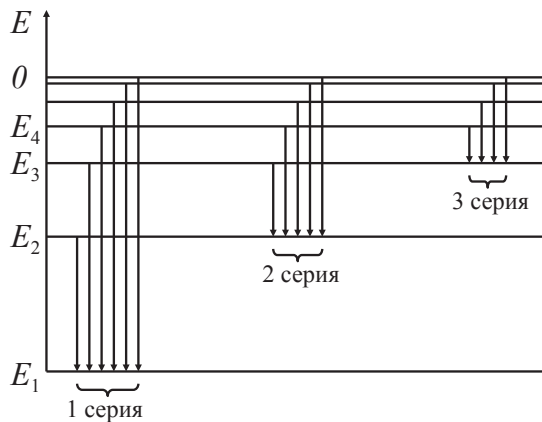


Рис. 3.4

Согласно принятой терминологии, частоты излучения, возникающие при переходе электронов на основной, невозбужденный уровень E_1 с других, более высоких, образуют первую серию частот в спектре испускания. Все возможные переходы на следующий уровень E_2 порождают вторую серию, на E_3 — третью серию и т. д.

У частоты ν первая цифра в индексе — номер серии, вторая — номер уровня, с которого совершил переход электрон при испускании фотона данной частоты. Для частоты первой серии, возникшей при переходе $E_5 \rightarrow E_1$, имеем:

$$h\nu_{1,5} = E_5 - E_1;$$

для фотона третьей серии, возникшей при переходе $E_6 \rightarrow E_3$ имеем:

$$h\nu_{3,6} = E_6 - E_3 \text{ и т. д.}$$

В общем виде

$$h\nu_{n,k} = E_k - E_n.$$

Выпишем значения всех частот первой серии:

$$\nu_{1,2} = \frac{E_2 - E_1}{h}, \quad \nu_{1,3} = \frac{E_3 - E_1}{h}, \quad \nu_{1,k} = \frac{E_k - E_1}{h}.$$

Возьмем разность любых двух частот этого ряда, вычтя из большей частоты меньшую, то есть при $k < n$ имеем

$$\nu_{1,k} - \nu_{1,n} = \frac{E_k - E_1}{h} - \frac{E_n - E_1}{h} = \frac{E_k - E_n}{h} = \nu_{n,k}.$$

Разность двух частот первой серии дает частоту одной из последующих серий. Видно, что: вычитая из $\nu_{1,2}$ последовательно $\nu_{1,3}$, $\nu_{1,4}$, ..., получаем частоты второй серии; вычитая из $\nu_{1,3}$ частоты $\nu_{1,4}$, $\nu_{1,5}$, ..., получаем третью серию и т. д. Разности частот третьей серии дадут частоты четвертой серии и т. д. Данная закономерность и составляет «комбинационный принцип» Ритца.

Постулаты Бора позволили объяснить важные закономерности водородного спектра, но они не объясняют спектры и свойства сложных, многоэлектронных атомов. Теория Бора не дает ответа на вопрос, в каком порядке происходят переходы с удаленных орбит на близкие орбиты. В атоме водорода возможны переходы прямо с орбиты 4 на орбиту 1, а также «по ступенькам», $4 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$; $4 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$ и, наконец,

$4 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1$. Каждому переходу отвечают определенные фотоны, которые наблюдаются в спектрах с разной интенсивностью.

Постулаты Бора сыграли большую роль в истории развития науки. Они показали ошибочность распространения законов природы, открытых для массивных тел, на тела малой массы, атомные системы, то есть установили ограниченность старых представлений и законов.

Дальнейший прогресс в понимании природы микрочастиц связан с именем французского теоретика Луи де Бройля.

3.1.6. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Модели атома»

- Из общего числа рассеянных α -частиц N в телесном угле $d\Omega$, составляющем угол Θ с исходным направлением их движения, рассеется dN частиц:

$$dN = nN \left(\frac{Ze2e}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4\sin^4 \frac{\Theta}{2}},$$

здесь m , v — масса и скорость α -частиц, n — число атомов, приходящихся на единицу рассеивающей поверхности.

- Связь относительного числа частиц и угла рассеяния для тяжелых атомов:

$$\frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\Theta}{2} = \text{const.}$$

- Соотношение, определяющее устойчивость орбит по теории Бора:

$$mvr = k\hbar,$$

где $\hbar = h/2\pi$ — перечеркнутая постоянная Планка, m , v — масса и скорость α -частицы, r — радиус орбиты, k — дискретный параметр, соответствующий номеру орбиты. Принимает значения от 1 до ∞ .

- Энергия (частота) излучаемого кванта электромагнитного излучения:

$$h\nu_{i,j} = E_j - E_i,$$

здесь j — номер орбиты, с которой уходит электрон, i — номер орбиты на которую переходит электрон, E_j и E_i — энергия атома в исходном и конечном состоянии.

- Комбинационный принцип Ритца:

$$\nu_{1,j} - \nu_{1,i} = \frac{E_j - E_1}{h} - \frac{E_i - E_1}{h} = \frac{E_j - E_i}{h} = \nu_{i,j}.$$

- Длина электромагнитной волны излучаемой атомом. Формула Ритца — Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{k_i^2} - \frac{1}{k_j^2} \right),$$

где R_H — постоянная Ридберга, $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

- Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu, \quad \varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

где ν — частота, λ — длина волны, c — скорость света в вакууме, h — постоянная Планка.

- Соотношение между длиной волны и частотой излучения:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Здесь обозначения прежние.

3.1.7. Алгоритм решения задач в разделе «Модели атома»

1. Выясните, в какой модели необходимо найти искомую величину.
2. Запишите соответствующие формулы.
3. Найдите из законов динамики и электродинамики неизвестные параметры.
4. Получите решение в общем виде.
5. Проведите вычисления.

3.1.8. Примеры решения задач в разделе «Модели атома»

Пример 3.1. Найдите частоту обращения и ускорение электрона на орбите; радиус орбиты равен 10^{-10} м. Расчеты проведите для атома водорода, используя классические представления.

Дано:

$$r = 10^{-10} \text{ м}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$Z = 1$$

$$v = ? \quad a_n = ?$$

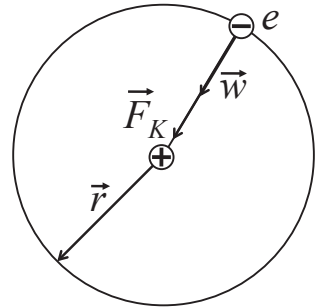


Рис. 3.5

Решение

1. Запишем уравнение динамики для электрона, движущегося по круговой орбите:

$$m\vec{w} = \vec{F}_K.$$

2. Найдем проекцию данного уравнения на направление кулоновской силы (направление r , см. рис. 3.5):

$$mw = F_K. \quad (3.1)$$

3. По закону Кулона сила, действующая на электрон со стороны ядра, по модулю равна:

$$F_K = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (3.2)$$

4. Из кинематики вращательного движения известно, что нормальное ускорение тела, движущегося равномерно по окружности, можно найти по заданной линейной скорости и радиусу:

$$a_n = \frac{v^2}{r}. \quad (3.3)$$

4. Выпишем формулу для расчета линейной скорости электрона на орбите по заданной частоте и радиусу орбиты:

$$v = 2\pi\nu r. \quad (3.4)$$

5. Подставим формулы (3.2), (3.3) и (3.4) в (3.1):

$$\frac{m4\pi^2\nu^2 r^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

6. Полученное уравнение решим относительно частоты, тем самым найдем решение в общем виде:

$$\nu = \frac{e}{4\pi r} \sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_0 m r}}.$$

7. Произведем расчет частоты обращения электрона:

$$\nu = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{4\pi \cdot 10^{-10}} \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}}} = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

8. Объединим формулы (3.1) и (3.2):

$$m\nu = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

9. Из него найдем ускорение в общем виде:

$$a_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r^2}.$$

10. Выполним расчеты:

$$a_n = \frac{(1,6)^2 \cdot 10^{-38}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^{-10})^2} = 2,53 \cdot 10^{22} \text{ м/с}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } \nu &= 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Гц;} \\ a_n &= 2,53 \cdot 10^{22} \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Пример 3.2. Схема энергетических уровней некоторого вещества имеет вид, показанный на рис. 3.6, а атомы находятся в состоянии с энергией $E^{(1)}$. Электрон, столкнувшись с атомом, отскочил, приобретя дополнительную энергию. Импульс электрона после столкновения оказался равным $1,2 \cdot 10^{-24}$ (кг·м)/с. Необходимо определить кинетическую энергию электрона до столкновения. При столкновении атом не излучает электромагнитных волн.

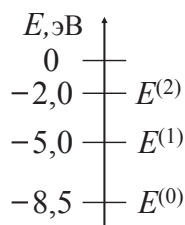


Рис. 3.6

Дано:

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$p_{\text{э}} = 1,2 \cdot 10^{-24} \text{ (кг·м)/с}$$

$$E^{(1)} = 5,0 \text{ эВ} =$$

$$8,0 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_{\text{э}2} = ?$$

Решение

1. Атом отдает энергию дискретно (порциями). При этом атом переходит на энергетический уровень с меньшей энергией, в нашем случае на уровень $E^{(0)}$. Найдем энергию, отданную атомом при столкновении с электроном:

$$\Delta E_A = E^{(1)} - E^{(0)}. \quad (3.5)$$

2. Поскольку излучение отсутствует, то энергия перехода будет равна дополнительной энергии, получаемой электроном:

$$E_{\text{э2}} = E_{\text{э1}} + \Delta E_A. \quad (3.6)$$

3. Энергия электрона связана с его импульсом соотношением

$$E_{\text{э2}} = p^2/(2m). \quad (3.7)$$

4. Подставим уравнения (3.5) и (3.7) в (3.6):

$$p^2/(2m) = E_{\text{э1}} + (E^{(1)} - E^{(0)}).$$

5. Решим полученное уравнение относительно исходной энергии электрона, тем самым получим решение в общем виде:

$$E_{\text{э1}} = p^2/(2m) - (E^{(1)} - E^{(0)}).$$

6. Произведем расчеты:

$$\begin{aligned} E_{\text{э1}} &= (1,2)^2 \cdot 10^{-48} / (2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}) - [(-5,0) - (-8,5)] \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \\ &= 2,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Ответ: $E_{\text{э1}} = 2,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$

Пример 3.3. В сосуде находится атомарный водород. Атом водорода в основном состоянии ($E_1 = -13,6 \text{ эВ}$) поглощает фотон и ионизируется. Электрон, вылетевший из атома в результате ионизации, движется вдали от ядра со скоростью $v = 1000 \text{ км/с}$. Какова частота поглощенного фотона? Энергией теплового движения атомов водорода пренебречь.

Дано:

$E_1 = -13,6 \text{ эВ} =$	$21,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
$v = 1000 \text{ км/с} =$	10^6 м/с

$\nu = ?$

Решение

1. Чтобы ионизировать атом, необходимо перевести электрон с исходного уровня на уровень с энергией, равной нулю:

$$E_i = E_0 - E_1. \quad (3.8)$$

2. Находясь на нулевом уровне, электрон не обладает ни кинетической, ни потенциальной энергией. По условию задачи электрон движется, следовательно, имеет кинетическую энергию:

$$E_k = \frac{1}{2} (mv^2). \quad (3.9)$$

3. Найдем энергию, необходимую для перевода электрона, находящегося на нижнем уровне, в свободное состояние с заданной кинетической энергией:

$$E = E_i + E_k. \quad (3.10)$$

4. Энергию, необходимую для данного процесса, приносит фотон энергии, которого равна

$$E_\phi = h\nu. \quad (3.11)$$

5. Приравняем правые части уравнений (3.10) и (3.11):

$$E_i + E_k = h\nu. \quad (3.12)$$

6. Подставим уравнения (3.8) и (3.9) в (3.12):

$$(E_0 - E_1) + \frac{1}{2} (mv^2) = h\nu.$$

7. Найдем частоту фотона:

$$\nu = h^{-1} [(E_0 - E_1) + \frac{1}{2} (mv^2)].$$

8. Произведем расчеты:

$$\nu = (1/6,62) \cdot 10^{34} \{ [(0 - (-13,6)) \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} [9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2]] \} = 3,97 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Ответ: $\nu = 3,97 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$

Пример 3.4. На рисунке представлена схема энергетических уровней атома и указаны длины волн фотонов, излучаемых или поглощаемых при переходе с одного уровня на другой. Чему равна длина волны для фотонов, излучаемых при переходе с уровня E_4 на уровень E_1 , если $\lambda_{13} = 400$ нм, $\lambda_{24} = 500$ нм и $\lambda_{32} = 600$ нм?

Дано:

$$\lambda_{13} = 400 \text{ нм}$$

$$\lambda_{24} = 500 \text{ нм}$$

$$\lambda_{32} = 600 \text{ нм}$$

$$\lambda_{41} = ?$$

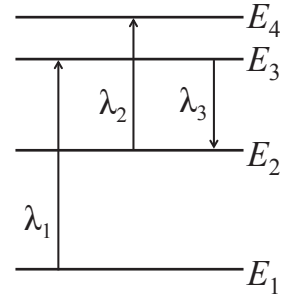


Рис. 3.7

Решение

- По заданным длинам волн найдем энергию фотонов для перехода:
 - с первого уровня на третий (атом поглощает фотон):

$$\Delta E_{13} = hc/\lambda_{13}; \quad (3.13)$$

- со второго на четвертый (атом поглощает фотон):

$$\Delta E_{24} = hc/\lambda_{24}; \quad (3.14)$$

- с третьего на второй (атом излучает фотон):

$$\Delta E_{32} = hc/\lambda_{32}; \quad (3.15)$$

- с четвертого на первый (атом излучает фотон):

$$\Delta E_{41} = hc/\lambda_{41}. \quad (3.16)$$

2. Из энергетической схемы (см. рис. 3.7) следует, что изменение энергии атома при переходе из состояния 4 в состояние 1 равно

$$\Delta E_{41} = \Delta E_{13} + \Delta E_{24} - \Delta E_{32}. \quad (3.17)$$

- Подставим (3.17) в правые части соотношений (3.13)–(3.16).

$$hc/\lambda_{41} = hc/\lambda_{13} + hc/\lambda_{24} - hc/\lambda_{32}. \quad (3.18)$$

- Разделив полученное равенство (3.18) на hc , получим:

$$1/\lambda_{41} = 1/\lambda_{13} + 1/\lambda_{24} - 1/\lambda_{32}.$$

5. Сделаем преобразования — правую часть приведем к общему знаменателю:

$$1/\lambda_{41} = (\lambda_{24} \cdot \lambda_{32} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{32} - \lambda_{13} \cdot \lambda_{24}) / (\lambda_{13} \cdot \lambda_{24} \cdot \lambda_{32}).$$

6. Найдем длину волны излучаемого фотона при переходе атома из состояния 4 в состояние 1

$$\lambda_{41} = (\lambda_{13} \cdot \lambda_{24} \cdot \lambda_{32}) / (\lambda_{24} \cdot \lambda_{32} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{32} - \lambda_{13} \cdot \lambda_{24}).$$

7. Вычислим искомую длину волны:

$$\lambda_{41} = (400 \cdot 500 \cdot 600) / (500 \cdot 600 + 400 \cdot 600 - 400 \cdot 500) = 352,9 \text{ нм.}$$

Ответ: $\lambda_{41} = 352,9 \text{ нм.}$

3.2. Квантовая теория атома

3.2.1. Квантово-механическая задача для атома водорода. Электрон в сферически симметричном поле

Рассмотрим простейшую систему, состоящую из электрона e , который движется в кулоновском поле ядра с зарядом Ze . Такая система называется *водородоподобным ионом*. Это ион любого химического элемента, из электронных оболочек которого удалены все электроны, кроме одного. Например, ион гелия He^+ , двукратно ионизованного лития Li^{++} и др.

Задача об энергетических уровнях электрона как для атома водорода, так и для водородоподобных систем сводится к решению задачи о движении электрона в кулоновском поле ядра.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, имеющего заряд Ze (для атома водорода $Z = 1$), равна

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где r — расстояние между электроном и ядром.

Запишем стационарное уравнение Шрёдингера для электрона:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0, \quad (3.19)$$

где m — масса электрона; E — полная энергия электрона в атоме.

Решают уравнение Шрёдингера в сферической системе координат, так как поле ядра центрально-симметричное, с независимыми переменными: r , Θ , φ . Из возможных решений уравнения (3.19) выбирают только удовлетворяющие стандартным условиям, в которых энергия электрона может быть как положительной (непрерывно изменяющаяся), так и отрицательной (изменяющаяся дискретно):

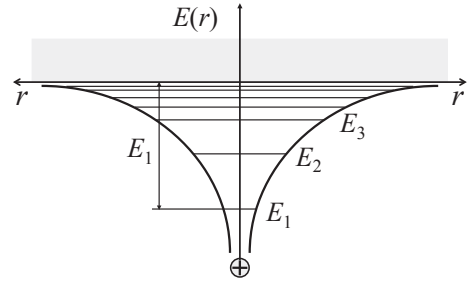


Рис. 3.8

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 m e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots). \quad (3.20)$$

Первый случай ($E > 0$) описывает движение свободного электрона (область непрерывного спектра энергий). Это состояние электрона соответствует ионизованному атому с энергией ионизации атома водорода:

$$E_i = -E_1 = m e^4 / (8\hbar^2 \epsilon_0^2) = 13,6 \text{ эВ}.$$

Второй случай ($E < 0$) определяет состояние электрона, связанного с ядром, находящегося в гиперболической потенциальной «яме». На рис. 3.8 в виде горизонтальных линий показаны возможные значения энергии электрона E_1, E_2, E_3, \dots . Самый нижний уровень E_1 (уровень минимальной энергии) называется *основным*, все остальные ($E_n > E_1$, $n = 2, 3, \dots$) — *возбужденными*. С ростом главного квантового числа n энергетические уровни располагаются плотнее. При $n = \infty$ $E_\infty = 0$.

Формула (3.20) совпадает с формулой, полученной Бором для энергий атома водорода. В квантовой механике дискретные значения энергии вытекают непосредственно из решения уравнения Шрёдингера, в то время как Бору для этого пришлось вводить дополнительно постулаты.

3.2.2. Квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное

Собственные волновые функции уравнения (3.19) содержат три целочисленных параметра, n, l, m_l :

$$\Psi = \Psi_{n,l,m_l}(r, \Theta, \varphi).$$

Они носят название *квантовых чисел*.

Главное квантовое число n , согласно (3.20), квантует энергию электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения, начиная с единицы:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Орбитальное квантовое число l квантует момент импульса (механический орбитальный момент) электрона на орбите. При заданном n орбитальное квантовое число принимает значения:

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1).$$

Всего n значений.

Модуль момента импульса электрона на орбите рассчитывается по формуле

$$L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (3.21)$$

Между магнитным моментом электрона на орбите \vec{p}_m и орбитальным моментом импульса электрона \vec{L}_e существует связь:

$$\vec{p}_m = -g\vec{L}_e = -\frac{|e|\hbar}{2m_e} \vec{L}_e, \quad (3.22)$$

где $g = -\frac{|e|\hbar}{2m_e}$ — орбитальное гиромагнитное отношение; m_e — масса электрона; $|e|$ — модуль заряда электрона (элементарного заряда). Модуль механического момента импульса электрона квантуется (см. (3.21)), следовательно, квантуется и магнитный момент электрона:

$$p_m = \frac{|e|\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)}.$$

Здесь

$$\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m_e} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$$

называется магнетоном Бора — это минимально возможный магнитный момент электрона.

Магнитное квантовое число m_l квантует проекцию момента импульса электрона на физически выделенное направление. Направление в пространстве физически выделено, если в нем возбуждено либо *электрическое*, либо *магнитное* поле.

При заданном квантовом числе l может принимать значения:

$$m_l = -l, -(l-1), -(l-2), \dots, 0, \dots, (l-2), (l-1), l.$$

Всего $(2l+1)$ значение. Проекция L_{ez} вектора момента импульса \vec{L}_e электрона на направление z кратны \hbar и равны

$$L_{ez} = \hbar m_l. \quad (3.23)$$

В классической физике предполагается, что вектор \vec{L}_e ориентируется относительно направления магнитного поля произвольным образом. На этом предположении основывается классическая теория парамагнетизма П. Ланжевена.

Теория Бора также допускает любую ориентацию вектора \vec{L}_e , соответствующую произвольной ориентации плоскости орбиты электрона по отношению к внешнему магнитному полю.

Это предположение ошибочное — существует *пространственное квантование*: момент импульса электрона может иметь лишь такую ориентацию в пространстве, при которой проекция L_{ez} вектора \vec{L}_e на направление Z внешнего поля принимает квантованные значения, кратные \hbar .

На рис. 3.9 приведены возможные ориентации векторов \vec{L}_e для электронов в p - и d -состояниях ($l=1$ — рис. 3.9, а и $l=2$ — рис. 3.9, б). Учитывая гиромагнитное отношение (3.22), можно написать аналогичное соотношение для проекций векторов \vec{L}_e и \vec{p}_m :

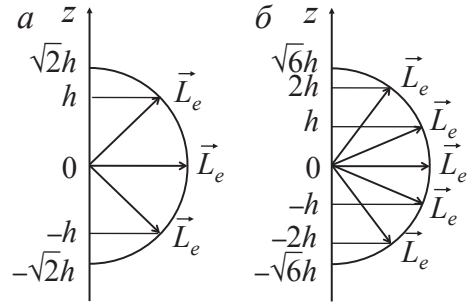


Рис. 3.9

$$p_{mz} = \frac{|e|\hbar}{2m} L_{ez}.$$

Проекция момента импульса квантуется, следовательно, квантуется и проекция магнитного момента:

$$p_{mz} = \frac{|e|\hbar}{2m} m_l = \mu_B m_l.$$

Проекция магнитного момента \vec{p}_m на направление z должна быть равна целому числу магнетонов Бора. Квантовое число m_l расщепляет в магнитном или электрическом поле уровень с главным квантовым числом n на $(2l + 1)$ подуровней.

Расщепление энергетических уровней в магнитном поле обнаружено голландским физиком П. Зееманом (1865—1945) и получило название *эффекта Зеемана*.

Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле, подтвержденное экспериментально немецким физиком И. Штарком (1874—1957), называется *эффектом Штарка*.

Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шрёдингера и условий однозначности, непрерывности и конечности волновой функции Ψ .

3.2.3. Обозначение электронных состояний. Волновые функции

В атомной физике электронные состояния обозначаются символом nl , указывающим значения двух квантовых чисел. Электроны, находящиеся в состояниях, характеризуемых одинаковыми квантовыми числами n и l , называются *эквивалентными*. Число z эквивалентных электронов указывается показателем степени в символе nl^z . Если электроны находятся в некоторых состояниях с определенными значениями квантовых чисел n и l , то *электронная конфигурация* считается заданной.

Состояние электрона с квантовым числом $l = 0$ называют s -состоянием (электрон называют s -электроном), $l = 1$ — p -состоянием (p -электрон), $l = 2$ — d -состоянием (d -электрон), $l = 3$ — f -состоянием (f -электрон) и т. д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Электроны в состояниях с $n = 2$ и $l = 0$ и $l = 1$ обозначаются соответственно символами $2s$ и $2p$. Например, основное состояние атома азота можно выразить следующей символической формулой:

$$1s^2, \quad 2s^2, \quad 2p^3.$$

Квантовая механика отказывается от классического представления об электронных орбитах. Каждому энергетическому состоянию соот-

ветствует волновая функция, квадрат модуля которой определяет вероятность обнаружения электрона в единице объема. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако. Плотность облака характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома.

Квантовые числа n и l определяют размер и форму электронного облака, а квантовое число m_l характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.

1s-состояние электрона в атоме водорода ($n = 1, l = 0, m_l = 0$).

Волновая функция $\Psi = \Psi_{100}(r)$ электрона в 1s-состоянии зависит только от расстояния r электрона от ядра и не зависит от углов Θ и φ (сферически-симметричная).

Цифры 1, 0, 0 — квантовые числа $n = 1, l = 0$ и $m_l = 0$.

Уравнению Шрёдингера для 1s-состояния электрона в атоме водорода удовлетворяет волновая функция вида (рис. 3.10, а)

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \cdot e^{-r/r_1},$$

где $r_1 = 4\pi\hbar^2\epsilon_0 / (me^2)$ — величина, равная радиусу r_1 первой боровской орбиты для атома водорода.

Вероятность обнаружить электрон в элементе объема dV (сферическом слое) равна

$$dW = |\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 4\pi r^2 dr.$$

Подставив в эту формулу волновую функцию, получим

$$dW = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/r_1} 4\pi r^2 dr.$$

Максимум вероятности соответствует расстоянию, равному $r_{\max} = r_1$ (рис. 3.10, б). Электрон с наибольшей вероятностью можно обнаружить на расстояниях, равных радиусу первой боровской орбиты, то есть на сфере радиу-

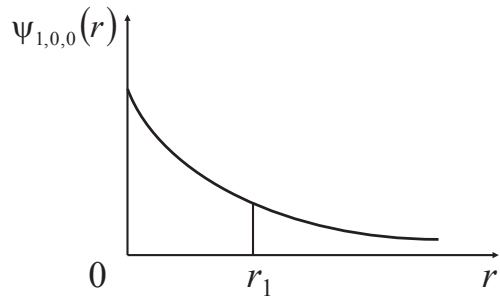


Рис. 3.10, а

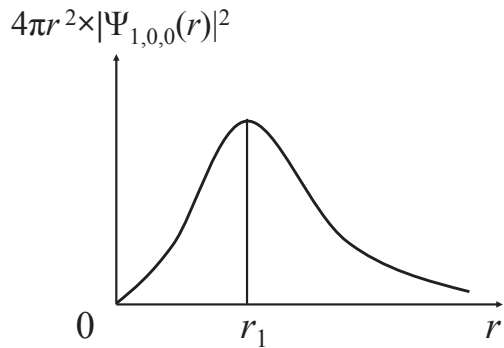


Рис. 3.10, б

сом r_1 с центром в ядре атома. Результат с одной стороны согласуется с теорией Бора, а с другой — отличается тем, что плотность вероятности остается отличной от нуля во всем пространстве. Иными словами, электрон в $1s$ -состоянии может находиться на любом расстоянии от ядра.

В основном состоянии наиболее вероятным расстоянием электрона до ядра является расстояние, равное радиусу первой боровской орбиты. В этом заключается квантово-механический смысл боровского радиуса.

2s-состояние электрона в атоме водорода ($n = 2, l = 0, m_l = 0$).

В $2s$ -состоянии волновая функция электрона зависит только от расстояния и не зависит от угловых переменных. Электронное облако

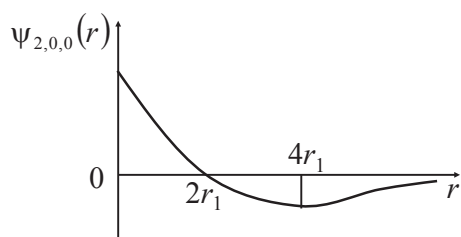


Рис. 3.11

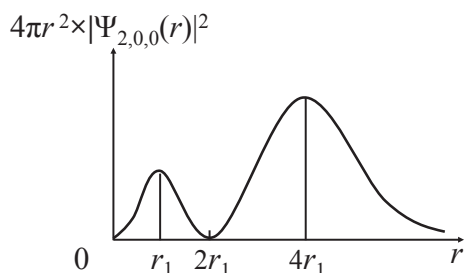


Рис. 3.12

имеет сферическую симметрию. Волновая функция представлена на рис. 3.11, а плотность вероятности — на рис. 3.12.

В этом состоянии плотность вероятности для электрона имеет два максимума (рис. 3.12). Меньший максимум наблюдается на расстоянии $r = r_1$ от ядра, а больший — на расстоянии $r = 4r_1$, совпадающим с радиусом второй боровской орбиты.

Волновые функции p -, d -, f - и т. д. электронов, соответствующие орбитальным квантовым числам $l = 1, 2, 3, \dots$, зависят от угловых переменных. Распределение электронной

плотности не сферически-симметричное.

2p-состояния электрона в атоме водорода ($n = 2, l = 1, m_l = 0, \pm 1$).

Объемная картина электронных облаков получается вращением представленных на рис. 3.13 фигур вокруг физически выделенной оси Z . Кривые на рис. 3.13 — это полярные диаграммы распределения плотности вероятности электрона. Как и ранее, бессмысленно говорить о плоской орбите.

Для электрона с магнитным квантовым числом $m_l = +1$ плотность вероятности максимальна в направлениях, лежащих в плоскости $ХОУ$.

В плоскости $ХОУ$ электрон оказывается чаще, чем в других плоскостях, задаваемых углом Θ (см. рис. 3.13).

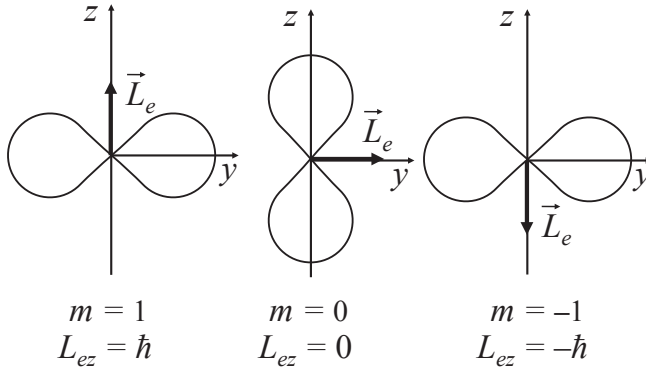


Рис. 3.13

Движение электрона таково, что проекция его момента импульса на ось Z равна $+\hbar$.

Электроны в состояниях с $m_l = 0, -1$ двигаются так, что проекции момента импульса на ось Z равны соответственно 0 и $-\hbar$.

Электронные облака d -, f -электронов имеют сложную форму. Они локализованы в конечных объемах и определенным образом ориентированы друг относительно друга.

3.2.4. Линейчатый спектр атома водорода

Квантовые числа n, l, m_l позволили наиболее полно описывать спектр испускания (или поглощения) атома водорода, чем это дает теория Бора.

Спектр поглощения. Переход электрона из основного в возбужденное состояние сопровождается увеличением энергии атома и может происходить только при поглощении атомом энергии извне. В этом процессе происходит резонансное поглощение атомом фотона. Если поглощающий атом находится в основном состоянии, то спектр поглощения атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ ($n = 2, 3, \dots$). Если атом находится в возбужденном состоянии, например в $2s$, при поглощении энергии атомом

также формируется спектр, соответствующий переходам электронов из состояния $2s$.

Спектр испускания. Переход электрона из любого возбужденного состояния в основное (либо возбужденное, нижележащее) сопровождается испусканием фотона. В этих процессах формируется спектр испускания, состоящий из линий, соответствующих всевозможным переходам. Энергия атома при испускании уменьшается.

Процессы поглощения и испускания фотона подчиняются правилам отбора.

Правила отбора ограничивают число возможных переходов электронов в атоме. Для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, возможны только такие переходы, при которых изменение квантовых чисел удовлетворяет следующим условиям:

- орбитального Δl

$$\Delta l = \pm 1;$$

- магнитного Δm_l

$$\Delta m_l = 0, \pm 1.$$

В оптических спектрах правила отбора выполняются.

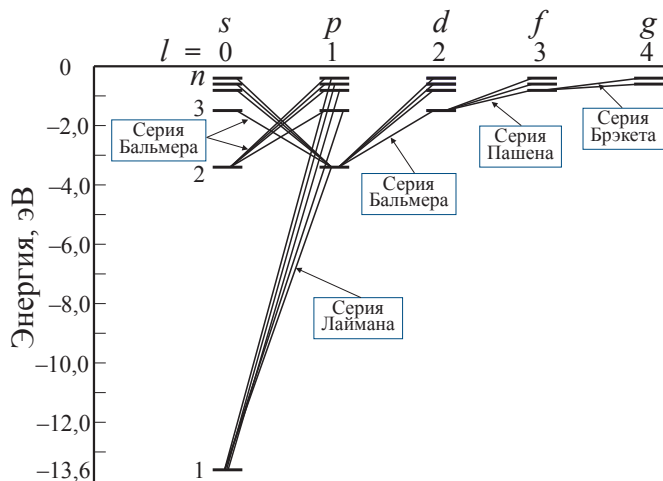


Рис. 3.14

Строгая теория, запрещающая дипольные переходы (кроме указанных), разрешает переходы, соответствующие излучению более сложных си-

стем зарядов, например, квадрупольей. Вероятность квадрупольных переходов (переходы с $\Delta l = 2$) во много раз меньше вероятности дипольных переходов, поэтому «запрещенные» линии являются слабыми.

На рис. 3.14 представлены спектральные линии атома водорода, соответствующие различным сериям:

- серии Лаймана соответствуют переходы

$$np \rightarrow 1s, (n = 2, 3, \dots);$$

- серии Бальмера соответствуют переходы

$$np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p (n = 3, 4, \dots) \text{ и т. д.}$$

3.2.5. Опыт Штерна и Герлаха

Цель опытов О. Штерна и В. Герлаха (1921) — измерение магнитных моментов \vec{p}_m атомов различных химических элементов. Механический \vec{L}_e и магнитный \vec{p}_m моменты одного электрона можно определить, поставив опыты с атомами, у которых орбитальные (механические и магнитные) моменты всех электронов, кроме одного, взаимно компенсируют друг друга. Это атомы химических элементов первой группы периодической системы Д. И. Менделеева, имеющие один валентный электрон.

В опытах измерялась сила, действующая на атом в неоднородном магнитном поле

$$\vec{F} = p_{mz} \frac{d\vec{B}}{dz}, \quad (3.24)$$

где \vec{B} — индукция неоднородного магнитного поля, направленная вдоль оси Z .

Схема первых опытов Штерна и Герлаха представлена на рис. 3.15. Опыты проводились в вакуумированном до 10^{-3} мм.рт.ст. сосуде, содержащем источник пучка атомов (K), нагреваемый до высокой температуры шарик из исследуемого материала. Атомы вещества покидали поверхность шарика со средней скоростью порядка 100 м/с, соответствующей температуре испарения материала шарика.

Диафрагмы (B) формируют узкий пучок, проходящий через сильное неоднородное магнитное поле, перпендикулярное пучку. Чтобы

получить значительную отклоняющую силу \vec{F} , действующую на атом, была создана высокая неоднородность магнитного поля (3.24). С этой целью Штерн и Герлах применили мощный электромагнит (SN) с полюсными наконечниками специальной формы. Приемником атомов служила фотопластинка A .

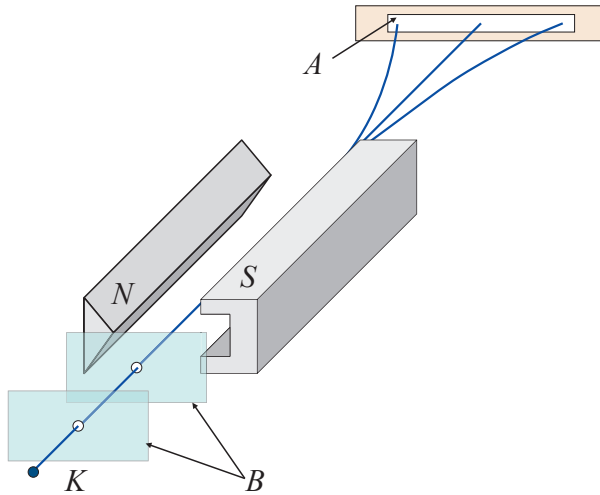


Рис. 3.15

Если ориентация момента импульса \vec{L}_e атома (магнитного момента $\vec{\mu}_m$) в магнитном поле равновероятная, то большая плотность попаданий атомов на пластинку будет соответствовать середине пластинки, а меньшая плотность — ее краям. В результате должен получиться сплошной растянутый след (рис. 3.16).

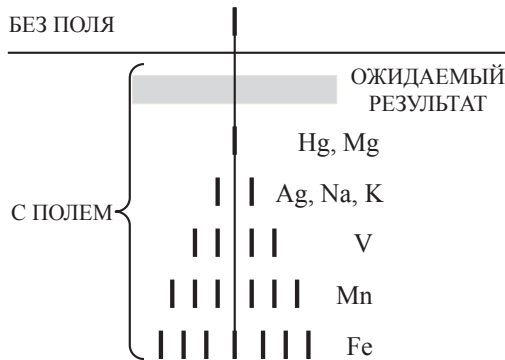


Рис. 3.16

В опытах на пластинке были обнаружены отдельные линии, расположенные симметрично относительно следа пучка, полученного в отсутствие поля.

Углы, под которыми ориентируются магнитные моменты атомов по отношению к направлению магнитного поля, имеют только дискретные значения. Следовательно, проекция магнитного момента на направление поля квантуется.

Число возможных проекций магнитного момента на направление магнитного поля оказалось равно:

- двум для серебра, алюминия, меди и щелочных металлов;
- четырем для ванадия азота и галогенов;
- пяти для кислорода;
- шести для марганца;
- девяти для железа;
- десяти для кобальта.

Отклонения не обнаружены у атомных пучков ртути и магния (рис. 3.16), следовательно, у них отсутствует магнитный момент.

По известному градиенту индукции $\frac{dB}{dz}$ магнитного поля, направлению оси Z и силы \vec{F} , рассчитанной по отклонениям атомов в магнитном поле, с помощью формулы (3.24) был найден магнитный момент \vec{p}_m . Например, проекция магнитного момента атома серебра на направление поля численно равна магнетону Бора.

Опыты Штерна и Герлаха подтвердили пространственное квантование моментов импульса в магнитном поле, причем магнитные моменты электронов и атомов кратны целому числу магнетонов Бора и связаны с квантованием момента импульса.

Атомный пучок в опытах содержал атомы, находящиеся в основном состоянии. При нагревании источника атомы могут переходить в возбужденное состояние, в котором они находятся короткий промежуток времени 10^{-8} с с последующим переходом в нормальное состояние.

3.2.6. Спин электрона. Спиновое квантовое число

В основном состоянии у атомов первой группы таблицы Д. И. Менделеева валентный электрон имеет орбитальное квантовое число $l = 0$.

Электрон, находящийся в s -состоянии, не имеет орбитального момента импульса $\vec{L}_e = 0$, следовательно, в опытах Штерна и Герлаха,

а также в опытах Эйнштейна и де Гааза обнаружено пространственное квантование момента импульса электрона, не связанного с его движением. В указанных выше опытах магнитный момент оказался равным одному магнетону Бора.

Этот результат можно объяснить, если предположить, что у электрона помимо орбитального момента импульса \vec{L}_e и соответствующего ему магнитного момента \vec{p}_m есть собственный механический момент импульса \vec{L}_s , называемый спином электрона, и соответствующий ему собственный магнитный момент \vec{p}_{ms} .

С. Гаудсмит и Дж. Уленбек (1925) дали спину электрона наглядное модельное толкование. *Спин* — это момент импульса электрона, связанный с его вращением (вращением заряженного шарика) вокруг своей оси. Однако такое толкование противоречит теории относительности, поскольку вращающийся вокруг своей оси электрон-шарик будет иметь магнитный момент, равный одному магнетону Бора, только в том случае, когда линейная скорость на его поверхности в 200 раз превосходит скорость света в вакууме.

Спин электрона и других элементарных частиц — это особое квантово-механическое свойство элементарных частиц, вытекающее из решения релятивистского волнового уравнения.

Выводы квантовой механики указывают на квантование спина электрона

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad (3.25)$$

где s — квантовое число, называемое *спиновым квантовым числом*.

Проекция L_{sz} спина на ось z , совпадающую с направлением внешнего магнитного поля, должна быть также квантована. Вектор \vec{L}_s может иметь $(2s+1)$ различные ориентации в магнитном поле. Поскольку в опытах Штерна и Герлаха установлены для спина электрона две возможные ориентации, то спиновое квантовое число должно быть равно $s = \frac{1}{2}$, только в этом случае $2s+1 = 2$.

Спиновое квантовое число, в отличие от введенных ранее трех квантовых чисел (главного n , орбитального l и магнитного m_l), является дробным числом.

Найдем модуль спина электрона по формуле (3.25):

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar.$$

По аналогии с пространственным квантованием орбитального момента импульса электрона \vec{L}_e , проекция L_{sz} вектора \vec{L}_s на направление внешнего поля должна быть квантованной величиной. Она определяется формулой, аналогичной (3.23):

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

где число m_s может иметь всего два значения: $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Проекция спинового механического момента импульса на направление поля может принимать значения:

$$L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (3.26)$$

В опытах Штерна и Герлаха проекция p_{msz} собственного магнитного момента электрона равна магнетону Бора μ_B :

$$p_{msz} = \mu_B = e\hbar / (2m_e). \quad (3.27)$$

Разделив (3.27) на (3.26), получим:

$$p_{msz} / L_{sz} = e / m_e = g_s.$$

Отношение проекций векторов, направленных во взаимно противоположные стороны, равно отношению модулей векторов:

$$p_{ms} / L_s = e / m_e = g_s,$$

что соответствует векторной форме

$$\vec{p}_{ms} = -g_s \vec{L}_s,$$

где $g_s = e / m_e$ — *спиновое гиромагнитное отношение*, вдвое превышающее орбитальное гиромагнитное отношение g .

3.2.7. Кратность вырождения состояний

Принцип Паули гласит: в любой квантовомеханической системе (атоме) не может быть двух и более электронов, находящихся в одном квантовомеханическом состоянии, определяемом набором четы-

рех квантовых чисел: главного n ; орбитального l ; магнитного m_l и спинного m_s .

Пользуясь принципом Паули, можно найти максимальное число электронов, имеющих заданные значения: четырех квантовых чисел (n, l, m_l, m_s) , трех (n, l, m_l) , двух (n, l) и одного (n) квантового числа.

Число электронов $Z_1(n, l, m_l, m_s)$, находящихся в состоянии, описываемом набором *четырёх* квантовых чисел (n, l, m_l, m_s) , равно

$$Z_1(n, l, m_l, m_s) = 1.$$

Максимальное число электронов $Z_2(n, l, m_l)$, находящихся в состояниях, определяемых набором *трех* квантовых чисел (n, l, m_l) , равно

$$Z_2(n, l, m_l) = 2.$$

Электроны отличаются ориентацией спинов электронов, проекции которых принимают лишь два значения: $+\frac{1}{2}\hbar$ и $-\frac{1}{2}\hbar$.

Максимальное число электронов $Z_3(n, l)$, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами: n, l :

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1).$$

Поскольку задано квантовое число l , вектор момента импульса \vec{L}_e может иметь $(2l + 1)$ различные ориентации в пространстве. Множитель 2, появляется вследствие учета спина.

В табличной форме ниже даны значения $Z_3(n, l)$ для разных l :

Орбитальное квантовое число, l	00	11	22	33	44
Символ соответствующего состояния электрона	<i>ss</i>	<i>pp</i>	<i>dd</i>	<i>ff</i>	<i>gg</i>
Максимальное число электронов, $Z_3(n, l)$	22	66	110	114	118

Максимальное число электронов $Z(n)$, находящихся в состояниях, определяемых значением n — главного квантового числа, получим, суммируя $Z_3(n, l)$ по l от 0 до $(n - 1)$:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l + 1) = [2(n - 1) + 2]n = 2n^2. \quad (3.28)$$

Формула (3.28) определяет *кратность вырождения* данного состояния.

В приведенной ниже табличной форме представлена кратность вырождения электронных состояний в зависимости от набора квантовых чисел:

Заданные квантовые числа	n, l, m_l, m_s	n, l, m_l	n, l	n
Максимальное число электронов	1	2	$2(2l+1)$	$2n^2$

Принцип Паули играет важную роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Он лежит в основе создания квантовых статистик и современной теории твердых тел. Благодаря этому принципу удалось теоретически обосновать периодическую систему элементов Менделеева.

3.2.8. Распределение электронов в атоме по состояниям

В основе построения периодической системы лежат следующие положения:

- порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента;
- состояние электронов в атоме определяется набором квантовых чисел n, l, m_l и m_s ;
- распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям удовлетворяет принципу минимума потенциальной энергии. Каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;
- заполнение электронами энергетических состояний в атоме происходит в соответствии с принципом Паули.

Электроны, занимающие в атоме совокупность состояний с *одинаковым* главным квантовым числом n , принято определять как электронный слой. Различают следующие слои: K при $n=1$; L при $n=2$; M при $n=3$; N при $n=4$ и т. д.

Максимальное число электронов в слоях, представлено в табл. 3.1.

Электроны в слое распределены по оболочкам, каждая из которых соответствует определенному орбитальному квантовому числу l .

Порядок заполнения электронных состояний в слоях атомов и в пределах одного слоя в оболочках соответствует последовательности расположения энергетических уровней с данными n и l . Сначала

заполняются состояния с возможной наименьшей энергией, а затем последовательно состояния со все более высокой энергией.

Таблица 3.1

Распределение электронов по энергетическим состояниям

Слой	Число электронов в состояниях					Максимальное число электронов
	s $l = 0$	p $l = 1$	d $l = 2$	f $l = 3$	g $l = 4$	
K	2	—	—	—	—	2
L	2	6	—	—	—	8
M	2	6	10	—	—	18
N	2	6	10	14	—	32
O	2	6	10	14	18	50

У легких атомов сначала заполняется слой с меньшим главным квантовым числом n , а затем электронами заполняется следующий слой. В пределах одного слоя сначала заполняются состояния с $l = 0$, а затем состояния с большим значением орбитального квантового числа до $l = (n - 1)$.

В многоэлектронных атомах учитывается взаимодействие электрона не только с полем ядра, но и с полем всех остальных электронов. Межэлектронное взаимодействие приводит к тому, что для больших главных квантовых чисел n состояния с большим n и малым l имеют меньшую энергию. Эти состояния становятся энергетически более выгодными и заполняются в первую очередь. Нарушается порядок заполнения электронных состояний, предусмотренных табл. 3.1. В этом причина отступлений в заполнении состояний в реальной периодической системе элементов.

3.2.9. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева

Электронные состояния в атомах, находящихся в *основном состоянии*, заполняются в определенной последовательности.

В атоме *водорода* единственный электрон находится в состоянии $1s$, характеризуемом квантовыми числами $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$. Проекция его спина на направление внешнего поля определяется спиновыми числами $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

У атома *гелия* два электрона. Второй электрон этого атома также находится в состоянии $1s$ с квантовыми числами: $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$. Спин второго электрона ориентирован противоположно спину первого (у одного из них $m_s = +\frac{1}{2}$, а у другого $m_s = -\frac{1}{2}$).

Состояния с $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm\frac{1}{2}$ образуют заполненный K -слой атома, соответствующий последнему элементу первого периода периодической системы Менделеева.

Атом *лития* содержит три электрона. Третьему электрону атома нет места в заполненном K -слое. Он занимает низшее энергетическое состояние в слое с $n = 2$ (L -слой) — это состояние $2s$ ($n = 2$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm\frac{1}{2}$). Литием начинается второй период.

Четвертый электрон *бериллия* ($Z = 4$) находится в $2s$ -состоянии, спин которого противоположен спину третьего электрона.

Пятый электрон *бора* ($Z = 5$) занимает энергетически более высокое состояние $2p$ ($n = 2$, $l = 1$).

Электроны всех атомов до неона ($Z = 10$) размещаются в оболочке с квантовыми числами $n = 2$ и $l = 1$. У *неона* таких электронов 6 — это максимально возможное число для данного состояния. L -слой неона полностью заполнен электронами. Этим элементом завершается второй период периодической системы Менделеева.

11-й электрон *натрия* ($Z = 11$) размещается в M -слое ($n = 3$), занимая низшее энергетическое состояние $3s$. *Аргоном* ($Z = 18$), завершается последовательное заполнение M -слоя (3 p -состояний). Аргон завершает третий период периодической системы Менделеева.

Химические и оптические свойства *калия* аналогичны свойствам лития и натрия, валентный электрон которых находится в s -состоянии, поэтому у калия 19-й валентный электрон находится в s -состоянии, а не в $3d$ -состоянии в M -слоя. Данное s -состояние находится в следующем N -слое ($n = 4$) — состояние $4s$. С калия при незаполненной $3d$ -оболочке M -слоя начинается застройка N -слоя, поскольку энергия $W_{4,0}$ электрона в состоянии $4s$ меньше энергии $W_{3,2}$ в состоянии $3d$.

Спектроскопические и химические свойства *кальция* ($Z = 20$) указывают на то, что его 20-й электрон также находится в состоянии $4s$ N -слоя.

Нормальное заполнение $3d$ -оболочки возобновляется у *скандия* ($Z = 21$) и заканчивается *медью* ($Z = 29$). Затем происходит нормальное заполнение N -слоя вплоть до *криптона* ($Z = 36$), которым завершается четвертый период периодической системы элементов Менделеева.

Рубидий ($Z = 37$) по своим свойствам подобен атомам щелочных металлов. Его валентный 37-й электрон размещается в следующем O -слое ($n = 5$) при не достроенном N -слое, то есть находится в состоянии $5s$. У *стронция* ($Z = 38$) валентный электрон также занимает состояние $5s$, поскольку его свойства аналогичны кальцию.

Начиная с *иттрия* ($Z = 39$) и до *палладия* ($Z = 46$), заполняется $4d$ -оболочка, при этом число электронов в $5s$ -состоянии изменяется от двух у иттрия до нуля у палладия. У *серебра* ($Z = 47$) и *кадмия* ($Z = 48$) вновь последовательно застраивается $5s$ -оболочка. Начиная с *индия* ($Z = 49$) и до *ксенона* ($Z = 54$), завершающего пятый период, застраивается $5p$ -оболочка. С *цезия* ($Z = 55$) начинается заполнение p -слоя ($n = 6$).

Редкоземельные элементы (лантаниды), начинающиеся лантаном ($Z = 57$) и заканчивающиеся лютецием ($Z = 71$), имеют сходство химических и физических свойств. Оно обусловлено особенностью порядка заполнения электронами электронных состояний. У лантана оболочки $5s$, $5p$ и $6s$ заполнены. 57-й электрон лантана находится в состоянии $5d$, хотя оболочка $4f$ электронами не заполнена. Начиная с *церия* ($Z = 58$) и заканчивая лютецием ($Z = 71$) заполняется $4f$ -оболочка, при этом заполнение внешней $6s$ -оболочки сохраняется, с чем и связана тождественность химических свойств лантанидов.

С *гафния* ($Z = 72$) и до одновалентного *золота* ($Z = 79$) застраивается $5d$ -оболочка.

У *ртути* ($Z = 80$) $6s$ -оболочка полностью заполнена. У элементов с *таллия* ($Z = 81$) и до *радона* ($Z = 86$) происходит заполнение $6p$ -оболочки. Радонном завершается шестой период периодической системы элементов.

У *франция* ($Z = 87$) и *радия* ($Z = 88$) заполняется $7s$ -оболочка O -слоя.

Элементы, начиная с *актиния* ($Z = 89$) и до элемента с атомным номером (105), образуют вторую группу *редкоземельных* элементов — *актининов*. В эту группу входят заурановые элементы: нептуний ($Z = 93$), плутоний ($Z = 94$), америций ($Z = 95$), кюрий ($Z = 96$) и др. У актининов последовательно заполняется $5f$ -оболочка. Внешние электроны находятся в $7s$ -состоянии, они и определяют сходство свойств актининов.

Периодичность химических свойств элементов объясняется повторяемостью электронных конфигураций во внешних электронных оболочках у атомов.

Теоретическое объяснение периодического закона Менделеева явилось величайшим достижением современной физики.

3.2.10. Рентгеновское излучение. Коротковолновая граница рентгеновского спектра

Бомбардировка стекла и металлов быстрыми электронами сопровождается излучением, обладающим большой проникающей способностью, которое Рентген назвал X -лучами (впоследствии — рентгеновскими лучами). Рентгеновское излучение — это электромагнитные волны с длиной в пределах от 10^{-5} до 10^2 нм. Рентгеновское излучение возникает в устройстве, называемом рентгеновской трубкой (рис. 3.17), вакуумированном баллоне с несколькими электродами.

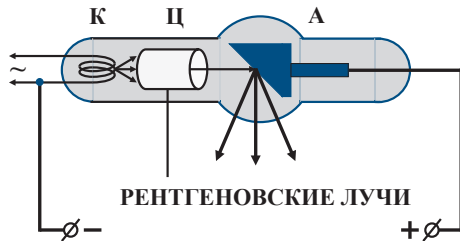


Рис. 3.17

Нагреваемый катод **К** испускает электроны. Цилиндрический электрод **Ц** фокусирует электронный пучок. Анод (антикатод) **А** является мишенью. Материал антикатада изготовлен из тяжелых металлов: ванадия; меди; платины и т. д.

Электроны ускоряются высоким напряжением, создаваемым между катодом и антикатодом. Практически вся энергия электронов выделяется на антикатоде в виде теплоты (в излучение превращается лишь 1–3 % энергии), поэтому в мощных трубках антикатод интенсивно охлаждается.

При приложенном напряжении U электроны разгоняются электрическим полем до энергии $|e|U$. В веществе антикатада электроны интенсивно тормозятся. Торможение электрона, согласно *классической* электродинамике, сопровождается электромагнитным излучением всех длин волн — от нуля до бесконечности. Формируется тормозное рентгеновское излучение.

На рис. 3.18 представлены экспериментальные кривые распределения интенсивности тормозного рентгеновского излучения по длинам волн, полученные для разных значений U . Длина волны, на которую

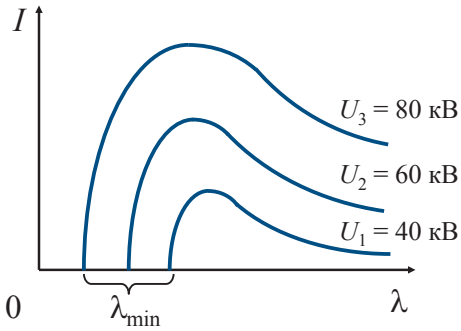


Рис. 3.18

приходится максимум интенсивности излучения, уменьшается по мере увеличения скорости электронов (напряжения U).

Имеется одно принципиальное отступление от требований классической электродинамики — кривые распределения интенсивности обрываются при конечных значениях длины волны λ_{\min} .

Коротковолновая граница подтверждает представления о квантовом характере электромагнитного излучения (порциями $\hbar\omega$). Величина кванта $\hbar\omega$ не может превысить энергию электрона $|e|U$: $\hbar\omega \leq |e|U$.

Следовательно, максимальная частота излучения не может превысить величину $\omega_{\max} = |e|U/\hbar$, а длина волны не менее:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U}. \quad (3.29)$$

Постоянный множитель $2\pi\hbar c / |e|$ в формуле равен $1239 \cdot 10^{-9}$ м, равный коэффициенту в формуле для расчета коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра, полученной экспериментально

$$\lambda_{\min} = \frac{1239}{U}, \quad (3.30)$$

здесь λ_{\min} — в нанометрах, а ускоряющее напряжение U — в вольтах.

Равенство коэффициентов в формулах (3.29) и (3.30) подтверждает квантовую природу излучения электромагнитных волн.

Рентгеновские спектры. Кроме тормозного излучения существует рентгеновское излучение, называемое характеристическим. Оно возникает тогда, когда энергия бомбардирующих антикатод электронов достаточна для вырывания электронов из внутренних оболочек атома. На фоне тормозного появляются резкие линии характеристического излучения (рис. 3.19). Частоты этих линий зависят от природы вещества, из которого изготовлен антикатод (поэтому его называют характеристическим). Рентгеновские спектры состоят из нескольких серий, обозначаемых буквами K, L, M, N, O, \dots по названию оболочки. Каждая се-

рия насчитывает небольшое число линий, обозначаемых в порядке возрастания частоты индексами $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ($K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots, L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots$ и т.д.). Спектры разных элементов имеют сходную структуру.

При увеличении атомного номера Z весь рентгеновский спектр смещается в коротковолновую часть, не меняя своей структуры (рис. 3.20). Это объясняется тем, что рентгеновские спектры возникают при переходах электронов между внутренними оболочками атомов, а они, как известно, имеют одинаковое строение. Схема возникновения рентгеновских спектров дана на рис. 3.20.

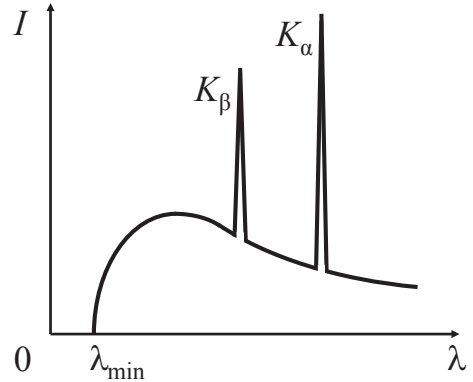


Рис. 3.19

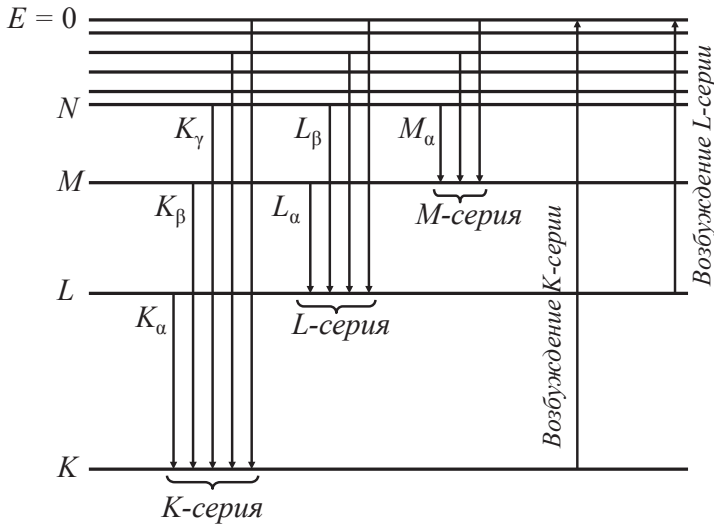


Рис. 3.20

Атом возбуждается, если удаляется один из внутренних электронов. Например, выбивается один из двух электронов K -слоя. Освободившееся место может быть занято электроном из какого-либо внешнего слоя (L, M, N и т.д.). При этом возникает K -серия (см. рис. 3.20).

Аналогично возникают другие серии. K -серия обязательно сопровождается остальными сериями, поскольку при испускании ее линий

освобождаются уровни в слоях L , M и т. д., которые будут в свою очередь заполняться электронами из более высоких слоев.

3.2.11. Закон Мозли

Мозли (1913) установил закон, связывающий частоты линий характеристического рентгеновского спектра с атомным номером Z испускающего их элемента.

Закон Мозли формулируют следующим образом: корень квадратный из частоты является линейной функцией атомного номера Z :

$$\sqrt{\nu} = C(Z - \sigma),$$

где C и σ — константы, имеющие свое значение для каждой линии.

Константа σ называется постоянной *экранирования*, учитывающая экранирующее действие электронов поля ядра. Она не зависит от порядкового номера элемента (строение внутренних оболочек одинаково для всех элементов), а зависит от главного n и азимутального l квантовых чисел. В пределах данной оболочки σ изменяется незначительно, поэтому вводят среднее значение для данной оболочки $\langle \sigma \rangle$.

Для K -серии $\langle \sigma \rangle = 1,1$.

Для L -серии $\langle \sigma \rangle = 7,5$.

Константа $C = \sqrt{3Rc/4}$, где R — постоянная Ридберга; c — скорость света в вакууме.

В модифицированной форме закон Мозли имеет вид

$$\nu = Rc(Z - \langle \sigma \rangle)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (3.31)$$

где n_1 — главное квантовое число оболочки, на которую переходит электрон; n_2 — главное квантовое число оболочки, с которой переходит электрон.

Точная формула (3.31) записывается в виде

$$\nu = Rc \left[\frac{(Z - \sigma_1)^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_2)^2}{n_2^2} \right].$$

Закон Мозли позволяет по измеренной длине волны рентгеновских линий точно установить атомный номер данного элемента. В основе

активационного метода химического анализа также лежит закон Мозли. Он сыграл большую роль при размещении элементов в периодической системе.

3.2.12. Элементы квантовой электроники. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения

Атомы квантовомеханической системы находятся в квантовых состояниях с дискретными значениями энергии E_1, E_2, E_3, \dots . Выберем два из всех возможных состояний (1 и 2) с энергиями E_1 и E_2 .

Пусть атом находится в основном состоянии 1, тогда под действием внешнего излучения может произойти вынужденный переход в возбужденное состояние 2 (рис. 3.21), сопровождающийся поглощением излучения. Вероятность подобных переходов пропорциональна плотности излучения, вызывающего эти переходы.

Если атом находится в возбужденном состоянии 2, то он может через некоторый промежуток времени *самопроизвольно* перейти в состояние с меньшей энергией (в состояние 1), отдавая избыточную энергию в виде электромагнитного излучения. Атом испускает фотон с энергией

$$h\nu = E_2 - E_1.$$

Испускание фотона возбужденным атомом (возбужденной микросистемой) без каких-либо внешних воздействий называется *спонтанным* (или *самопроизвольным*) *излучением* (рис. 3.22).

Спонтанные переходы атомов не связаны между собой, поэтому спонтанное излучение некогерентное. Вероятность спонтанных переходов определяет среднее время жизни атома в возбужденном состоянии. Чем больше вероятность, тем меньше среднее время жизни атома в возбужденном состоянии.

Объясняя термодинамическое равновесие между веществом и излучением, А. Эйнштейн (1916) постулировал: *кроме поглощения и спон-*

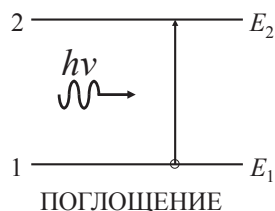


Рис. 3.21

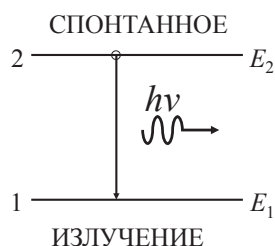


Рис. 3.22

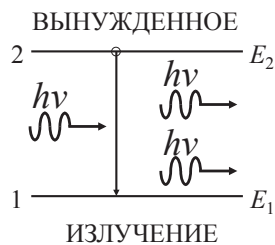


Рис. 3.23

танного излучения должен существовать третий, качественно иной тип взаимодействия излучения с веществом, при котором внешнее излучение, частота которого удовлетворяет условию $h\nu = E_2 - E_1$, провоцирует находящийся в возбужденном состоянии 2 атом перейти в основное состояние 1 с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$ (рис. 3.23).

При индуцированном переходе происходит излучение атомом фотона *дополнительно* к тому фотону, под действием которого произошел переход. Возникающее в результате таких переходов излучение называется *вынужденным (индуцированным)* излучением.

В вынужденном излучении участвуют два фотона: первичный фотон, вызывающий излучение фотона возбужденным атомом, и вторичный фотон, испущенный атомом. Данный тип излучения имеет такую же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, как и вынуждающее излучение. Вынужденное излучение *строго когерентно* с вынуждающим излучением. Испущенный фотон неотличим от фотона, падающего на атом.

Принцип детального равновесия: при термодинамическом равновесии каждому процессу можно сопоставить обратный процесс, причем скорость их протекания одинакова. При равновесии полная вероятность испускания (спонтанного и вынужденного) фотонов равна вероятности поглощения фотонов той же частоты.

Нормальная населенность. В среде с нормальной населенностью энергетических уровней распределение атомов по энергиям подчиняется закону Больцмана:

$$n = n_0 e^{-E_{\Pi}/(kT)},$$

где n — концентрация атомов с энергией E_{Π} , n_0 — концентрация молекул на нулевом уровне. С увеличением энергии населенность уровня уменьшается.

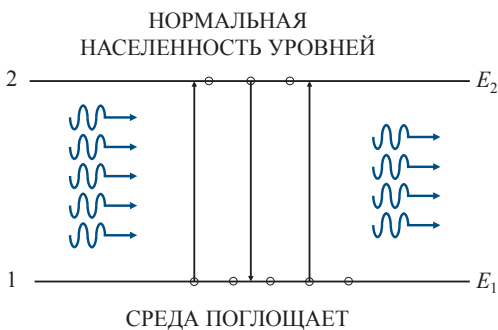


Рис. 3.24

ня уменьшается.

Излучение, пропускаемое через данную среду, будет поглощаться. Фотоны, двигаясь в среде и встречая другие атомы, стимулируют индуцированные переходы. Поскольку вероятности переходов одинаковые, число переходов будет пропорционально населенности энергетического уровня (рис. 3.24).

Два фотона поглотились средой, перебросив атомы с уровня E_1 на уровень с большей энергией E_2 . Один фотон напротив индуцировал переход атома с верхнего уровня E_2 на нижний E_1 . В результате этого процесса появился индуцированный фотон. В итоге число фотонов уменьшается.

Интенсивность прошедшего света через среду с нормальной населенностью описывается законом Бугера — Ламберта:

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

где α — коэффициент поглощения (для среды с нормальной населенностью он положительный), I_0 — интенсивность падающего света, I — интенсивность света, прошедшего слой толщиной x .

Среда с нормальной населенностью энергетических уровней поглощает свет.

Инверсная населенность. Инверсная населенность уровней характеризуется нарушением закона Больцмана в распределении атомов по энергетическим уровням. Распределение обратное: чем больше энергия, тем больше населенность уровня. Инверсная населенность наблюдается в группе энергетических уровней.

Рассмотрим прохождение света через среду с инверсной населенностью (рис. 3.25). Один фотон поглощается средой, перебрасывая атом с уровня 1 на уровень 2. Два других фотона стимулируют обратные переходы атомов среды с уровня 2 на уровень 1, сопровождающиеся рождением двух индуцированных фотонов. В результате число фотонов, прошедших через среду, больше, чем число падающих фотонов.

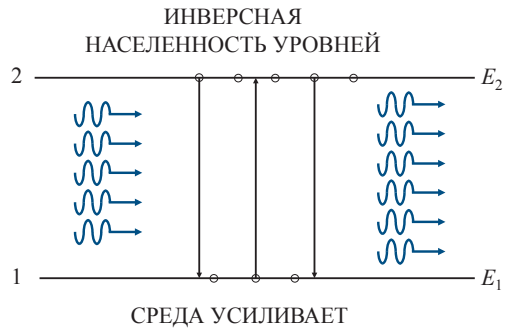


Рис. 3.25

Такая среда усиливает падающее излучение и называется *активной средой* или средой с *отрицательным коэффициентом поглощения*.

Интенсивность прошедшего света и в этом случае подчиняется закону Бугера — Ламберта. Коэффициент поглощения α для активной среды меньше нуля.

Процесс создания инверсной населенности называется накачкой усиливающей среды. Проще всего это осуществить оптическим спо-

собом, при котором атомы среды переводятся с нижнего уровня E_1 на верхний возбужденный уровень E_2 облучением светом частоты ν , удовлетворяющей условию $h\nu = E_2 - E_1$.

В газообразной среде это происходит в процессе неупругих соударений атомов с электронами в газовом разряде (электрическая накачка).

В том и другом случае реализуется так называемая *двухуровневая* инверсная заселенность. Двухуровневая схема не может создать в системе инверсную населенность. Возбужденные атомы сталкиваются с электронами, передавая в этом процессе электронам энергию и переходя на нижний уровень. Время жизни атомов в возбужденном состоянии мало, они самопроизвольно переходят в невозбужденное состояние, формируя при этом спонтанное излучение.

Использование двух уровней E_1 и E_2 неэффективно для получения инверсной населенности.

В другом методе специальными молекулярными примесями избирательно разрушаются некоторые нижние энергетические уровни, таким образом осуществляется более высокая заселенность атомами верхних энергетических уровней. Этот метод был предложен В. А. Фабрикантом.

В методе, предложенном Н. Г. Басовым, А. М. Прохоровым и Ч. Таунсом (1954), с помощью специально созданного неоднородного электрического поля удалялись молекулы, находящиеся на нижних энергетических уровнях.

Можно использовать вспомогательное излучение, создающее избыточную концентрацию атомов на верхних энергетических уровнях.

3.2.13. Оптические квантовые генераторы

Практически инверсное состояние среды осуществлено в оптических квантовых генераторах — *лазерах*. Лазеры генерируют излучение в оптическом диапазоне спектра, который включает видимую, инфракрасную и ближнюю ультрафиолетовую области. В оптических квантовых генераторах инверсная заселенность осуществляется по трехуровневой схеме, предложенной Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым (1955).

Новый принцип усиления и генерации электромагнитных волн реализован в *мазерах*. Они работают в сантиметровом диапазоне радиоволн.

Существующие в настоящее время лазеры можно разделить на группы по типу активной среды: *твердотельные, полупроводниковые, жидкостные и газовые*.

Существует и другая классификация лазеров по методам накачки: *оптические, электроионизационные, тепловые, химические* и др. При этом учитывается также режим генерации — *непрерывный* или *импульсный*.

Любой лазер состоит из трех основных элементов:

- активной среды, в которой создаются состояния с инверсной населенностью;
- системы накачки — устройства для создания инверсии в активной среде;
- оптического резонатора — устройства, формирующего выходящий световой пучок.

Твердотельный лазер

Первым твердотельным лазером (1960, США), работающим в видимой области спектра, был рубиновый лазер (Т. Мейман).

Активная среда — кристалл рубина, представляющий собой оксид алюминия Al_2O_3 , в кристаллической решетке которого часть атомов Al замещена трехвалентными ионами Cr^{3+} (оксидом хрома Cr_2O_3 в количестве 0,03 и 0,05 % для розового и красного рубина соответственно).

Система накачки — импульсная газоразрядная лампа. Интенсивное облучение рубина светом мощной импульсной лампы перебрасывает атомы хрома с нижнего энергетического уровня 1 на уровни широкой полосы 3 (рис. 3.26).

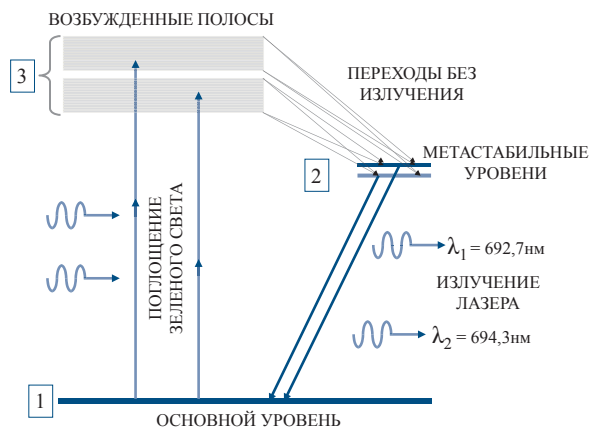


Рис. 3.26

Время жизни атомов хрома в возбужденных состояниях мало (меньше 10^{-7} с), поэтому происходят либо спонтанные переходы ($3 \rightarrow 1$), либо наиболее вероятные безызлучательные переходы на двойной метастабильный уровень 2 с передачей избытка энергии решетке кристалла рубина. Переход ($2 \rightarrow 1$) запрещен правилами отбора, поэтому время жизни атомов хрома в возбужденном состоянии 2 порядка 10^{-3} с, на четыре порядка больше, чем для состояния 3. В результате атомы хрома «накапливаются» на уровне 2. При необходимой мощности накачки концентрация атомов на уровне 2 будет гораздо больше, чем на уровне 1 — возникает среда с инверсной населенностью уровня 2.

Случайно родившийся при спонтанных переходах фотон порождает в активной среде множество вынужденных переходов ($2 \rightarrow 1$). Появляется лавина вторичных фотонов, являющихся копиями первичных. Зарождается лазерная генерация. Рубиновый лазер на близких длинах волн излучает $\lambda_1 = 0,6927$ мкм и $\lambda_2 = 0,6943$ мкм.

Спонтанные переходы носят случайный характер. Рождающиеся фотоны испускаются в разных направлениях, следовательно, лавины вторичных фотонов распространяются в самых разных направлениях.

Оптический резонатор — два обращенных друг к другу параллельных (или вогнутых) зеркала, находящихся на общей оптической оси, между которыми помещается кристалл рубина. Зеркала из всевозможных направлений лазерной генерации выделяют одно, параллельное оптической оси. Одно из зеркал полностью отражает падающее на него излучение, а второе — полупрозрачное. Фотоны, движущиеся под углом к оптической оси, покидают активную среду через боковую поверхность кристалла. Фотоны же, движущиеся вдоль оптической оси, многократно отражаются от зеркал, многократно проходят через активную среду, вызывая каждый раз вынужденное испускание вторичных фотонов, которые также вызовут вынужденное излучение, и т. д. Возникшие при вынужденном излучении фотоны движутся в том же направлении, что и первичные, — параллельно оптической оси, следовательно, их число будет лавинообразно нарастать. Этот строго направленный световой пучок огромной яркости выходит через полупрозрачное зеркало. Оптический резонатор формирует лазерное излучение с высокими когерентными свойствами. Рубиновый лазер работает в импульсном режиме — несколько вспышек в минуту.

Газовый лазер

Первым газовым лазером непрерывного действия (1961, США) был лазер на смеси атомов неона и гелия (А. Джаван).

Активная среда — плазма высокочастотного газового разряда, полученная в смеси указанных газов. Парциальное давление гелия равно $p_{\text{He}} = 1$ мм рт. ст., а неона — $p_{\text{Ne}} = 0,1$ мм рт. ст. Гелий служит носителем энергии возбуждения, а лазерное излучение дает неон.

Система накачки — электрический разряд. В гелий-неоновом лазере накачка осуществляется следующим образом — электроны, возникающие при разряде, сталкиваясь с атомами гелия, перебрасывают их в возбужденное состояние E_3 (рис. 3.27). Возбужденные атомы гелия, сталкиваясь с атомами неона, переводят их на один из верхних уровней неона, который расположен вблизи соответствующего уровня гелия. Переход атома неона с верхнего уровня E_3 на один из нижних уровней E_2 сопровождается лазерным излучением с длиной волны $\lambda = 0,6328$ мкм.

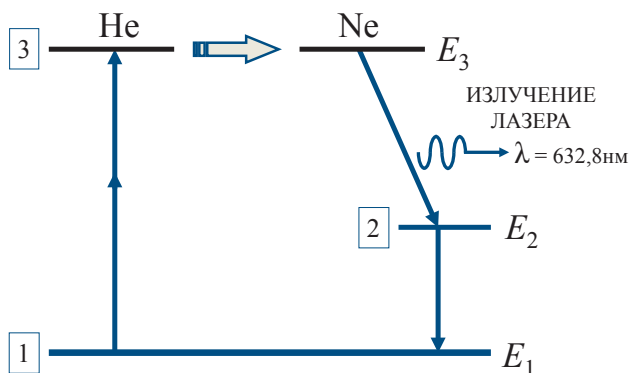


Рис. 3.27

Оптический резонатор аналогичен по конструкции и назначению рубиновому лазеру.

Свойства лазерного излучения

1. Высокая временная и пространственная когерентность. Время когерентности составляет 10^{-3} с. Длина когерентности $\sim 10^5$ м ($l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$).
2. Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м).
3. Большая интенсивность. Например, рубиновый лазер формирует излучение с плотностью потока энергии $2 \cdot 10^{11}$ Вт/м².

4. Узкий пучок. При использовании специальной фокусировки луч лазера, направленный с Земли, дает на поверхности Луны световое пятно диаметром примерно 3 км. Луч прожектора дает пятно диаметром $\sim 4 \cdot 10^7$ м.

КПД лазеров колеблется в широких пределах — от 0,01 % (для гелий-неонового лазера) до 75 % (для лазера на стекле с неодимом). У большинства лазеров КПД составляет (0,1–1) %. Мощный газовый лазер с активной средой из углекислого газа (CO_2) генерирует инфракрасное излучение с длиной волны $\lambda = 10,6$ мкм, имеет КПД 30 %.

Применение лазеров

1. Прикладное:

- обработка, резание и микросварка твердых материалов;
- скоростное и точное обнаружение дефектов в изделиях;
- тончайшие операции;
- исследование механизма химических реакций и влияния на их ход;
- получение сверхчистых веществ;
- разделение изотопов, например урана.

2. Научное:

- получение и исследование высокотемпературной плазмы;
- лазерный управляемый термоядерный синтез.

3. Метрологическое:

- в измерительной технике;
- лазерные интерферометры используются для сверхточных дистанционных измерений линейных перемещений, коэффициентов преломления среды, давления, температуры.

4. Для создания систем голографической памяти с высокой степенью считывания и большой емкостью.

Очень перспективны и интересны полупроводниковые лазеры. Они обладают широким рабочим диапазоном (0,7–30 мкм) и возможностью плавной перестройки частоты их излучения.

3.3. Основные понятия, формулы и законы

- Потенциальная энергия $U(r)$ электрона в водородоподобном атоме:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где Z — порядковый номер; r — расстояние до ядра.

- Энергия электрона E_n в атоме водорода и водородоподобного иона:

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 m e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2},$$

где ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) — главное квантовое число.

- Модуль орбитального момента импульса \vec{L}_e электрона:

$$L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где ($l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$) — орбитальное квантовое число.

- Связь между орбитальным моментом импульса \vec{L}_e и орбитальным магнитным моментом \vec{p}_m :

$$\vec{p}_m = -g\vec{L}_e = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}_e,$$

где \vec{p}_m — магнитный момент электрона на орбите; $g = \frac{e}{2m}$ — орбитальное гиромагнитное отношение; \vec{L}_e — орбитальный момент импульса электрона; e — элементарный заряд; m_e — масса электрона.

- Модуль орбитального магнитного момента:

$$p_m = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)}.$$

- Магнетон Бора (минимально возможный магнитный момент):

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл},$$

где $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ — перечеркнутая постоянная Планка.

- Проекция момента импульса электрона на выделенное направление:

$$L_{eZ} = \hbar m_l,$$

где m_l — магнитное квантовое число.

$$(m_l = -l, -(l-1), -(l-2), \dots, 0, \dots, (l-2), (l-1), l)$$

- Проекция магнитного момента на выделенное направление z :

$$p_{mZ} = \frac{|e|\hbar}{2m_e} m_l = \mu_B m_l.$$

- Правила отбора для квантовых чисел:
— орбитального Δl

$$\Delta l = \pm 1;$$

- магнитного Δm_l

$$\Delta m_l = 0 \pm 1.$$

- Модуль собственного момента импульса \vec{L}_s электрона:

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar,$$

где $s = \frac{1}{2}$ — квантовое число, называемое спиновым квантовым числом.

- Проекция спина на выделенное направление z :

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

где $(m_s = \pm \frac{1}{2})$ — магнитное спиновое число.

- Связь между спином \vec{L}_s и спиновым магнитным моментом \vec{p}_{ms} :

$$\vec{p}_{ms} = -g_s \vec{L}_s,$$

где $g_s = e / m_e$ — спиновое гиромагнитное отношение.

- Кратность вырождения состояний $Z(n)$:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = [2(n-1)+2]n = 2n^2.$$

- Волновая функция электрона атома водорода в основном состоянии:

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}},$$

где

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{mc^2}.$$

- Минимальная длина волны сплошного (тормозного) рентгеновского излучения:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{2\pi\hbar c}{eU},$$

где c — скорость света в вакууме; ω_{\max} , ν_{\max} — соответственно максимальная циклическая и обычная частота; U — разность потенциалов между электродами рентгеновской трубки.

- Частота характеристического рентгеновского излучения (закон Мозли):

$$\sqrt{\nu} = a(Z - \langle\sigma\rangle), \quad (3.32)$$

где

$$a = \sqrt{Rc \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)}.$$

- Постоянная Ридберга:

$$R = \frac{m_e e^2}{8\epsilon_0^2 \hbar^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}. \quad (3.33)$$

- Спектральная формула для длин волн линий спектра водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (3.34)$$

- Спектральная формула для длин волн линий спектра атомов:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \langle\sigma\rangle)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (3.35)$$

где Z — порядковый номер элемента в таблице элементов Менделеева; $\langle\sigma\rangle$ — средняя постоянная экранирования; n_1 — главное квантовое число состояния, на которое переходит электрон; n_2 — главное квантовое число состояния, с которого переходит электрон.

- Закон поглощения излучения веществом (формула Бугера):

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где μ — линейный коэффициент поглощения; I_0 — интенсивность излучения, падающего на пластинку; I — интенсивность излучения, прошедшего слой толщиной x .

- Массовый коэффициент поглощения:

$$\mu_m = \mu / \rho,$$

где ρ — плотность вещества.

- Энергия излучаемого фотона:

$$h\nu = E_2 - E_1, \quad (3.36)$$

где E_2 — энергия состояния с которого переходит атом; E_1 — энергия состояния на которое переходит атом; ν — частота излучения; h — постоянная Планка.

3.4. Общие методические указания к решению задач

.....

3.4.1. Квантовые числа, спектры излучения

В зависимости от значения орбитального квантового числа l состояния электрона в атоме записывают различными буквами. Значениям $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ соответствуют буквы s, p, d, f, g, h, \dots (далее по алфавиту); перед ними указывают значение главного квантового числа n . Например, электрон в состоянии $n = 2$ и $l = 1$ обозначается символом $2p$.

Имеется много задач, в которых рассматриваются спектры водорода и водородоподобных ионов (то есть ионов, имеющих по одному электрону: He^+ , Li^{++} и т. д.).

Чтобы с помощью формул (3.34) и (3.35) найти длину волны λ (или частоту $\nu = c / \lambda$, или квант энергии $h\nu$), надо, исходя из условия задачи, определить числа n_1 и n_2 , входящие в эти формулы.

Так, для водорода числу $n_1 = 1$ соответствует ультрафиолетовая серия (серия Лаймана); $n_1 = 2$ — видимая серия (серия Бальмера); $n_1 = 3$ —

первая инфракрасная серия (серия Пашена); $n_1 = 4$ — вторая инфракрасная серия (серия Брэкета); $n_1 = 5$ — третья инфракрасная серия (серия Пфунда).

Число n_2 выражается формулой $n_2 = n_1 + N$, где N — номер спектральной линии в данной серии, взятый в порядке убывания длины волны.

Например, для второй линии серии Пашена $n_1 = 3$, $n_2 = 3 + 2 = 5$.

3.4.2. Постоянная Ридберга

Постоянная Ридберга (см. (3.33)) вычислена в предположении, что в атоме водорода (или водородоподобного иона) электрон вращается вокруг неподвижного ядра. Это возможно лишь при условии, когда масса ядра бесконечно велика по сравнению с массой электрона, поэтому постоянную Ридберга, определяемую по (3.33), часто обозначают через R_∞ .

В действительности электрон и ядро вращаются вокруг их общего центра масс, что приводит к несколько иному значению постоянной Ридберга. В самом деле, если умножить обе части формулы (3.34) на hc и сравнить ее с формулой (3.36), то получим

$$E_i = -\frac{RhcZ^2}{n_i^2},$$

то есть при фиксированном числе n_i постоянная Ридберга оказывается пропорциональной полной энергии E_i атома.

Из законов механики следует, что между полной действительной энергией E атома и его полной энергией E_∞ , вычисленной для неподвижного ядра, существует связь:

$$E = \frac{E_\infty}{1 + m_e / M},$$

где M — масса ядра; m_e — масса электрона.

Поскольку величина R пропорциональна полной энергии атома, можно записать для точного значения постоянной Ридберга формулу:

$$R = \frac{R_\infty}{1 + m_e / M},$$

где $R_{\infty} = 1,097 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$. Таким образом, величина R несколько различна для разных атомов.

Это обстоятельство надо учитывать в задачах на сравнение спектров различных атомов.

3.4.3. Закон Мозли

При вычислении частоты характеристических рентгеновских лучей по закону Мозли следует иметь в виду, что спектральные серии обозначаются теми же буквами, что и электронные слои, переход электронов на каждый из которых вызывает данное излучение. Например, K -серия обусловлена переходом электронов на K -слой. При этом сериям (электронным слоям) K, L, M, N, \dots соответствуют квантовые числа n , в формуле (3.32) равные 1, 2, 3, 4, \dots . Число n_2 по-прежнему определяется формулой $n_2 = n_1 + N$, где N — номер линии в данной серии. Линии серии записываются в порядке уменьшения длины волны индексами $\alpha, \beta, \gamma, \dots$. Например, вторая линия K -серии обозначается K_{β} . В этом случае $n_1 = 1, n_2 = 1 + 2 = 3$.

Если для решения задачи надо знать величину постоянной экранирования $\langle \sigma \rangle$, то руководствуются следующим: $\langle \sigma \rangle = 1$ для линии K_{α} и $\langle \sigma \rangle > 1$ для остальных линий K -серии. Однако при приближенных расчетах величину $\langle \sigma \rangle$ считают одинаковой для всех линий одной и той же серии. Тогда $\langle \sigma \rangle \approx 1,0$ для серии K и $\langle \sigma \rangle \approx 7,5$ для серии L .

3.5. Алгоритм и примеры решения задач

3.5.1. Электронная конфигурация

1. Выпишите полный набор квантовых чисел для указанных состояний.
2. Запишите формулы для расчета квантовых физических величин: модуля импульса, проекции импульса и т. д.
3. Получите систему уравнений для нахождения искомых величин.
4. Получите решение в общем виде.
5. Проведите вычисления.

Пример 3.5. Электронная конфигурация атома некоторого элемента имеет вид $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$. Найдите отношение модуля магнитного момента одного из электронов, находящегося в состоянии $3p$, к модулю спинового магнитного момента электрона в состоянии $3d$. Атом какого элемента имеет указанную электронную конфигурацию?

Дано:

Электронная
конфигурация
 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$.
Состояния $3p$ и $3d$.

1. $\frac{p_m}{p_{ms}} = ?$

2. Какой это элемент?

Решение

1. Модуль орбитального магнитного момента электрона определяется орбитальным квантовым числом l :

$$p_m = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)}.$$

2. Модуль спинового магнитного момента зависит от спинового квантового числа s :

$$p_{ms} = \frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{s(s+1)}.$$

3. Найдем отношение магнитных моментов, то есть решение в общем виде:

$$\frac{p_m}{p_{ms}} = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{2\sqrt{s(s+1)}}. \quad (3.37)$$

4. Орбитальное квантовое число $3p$ состояния равно $l = 1$, спин электрона равен $s = 1/2$. Найдем отношения магнитных моментов, подставив в формулу (3.37) указанные значения квантовых чисел:

$$\frac{p_m}{p_{ms}} = \frac{\sqrt{1(1+1)}}{2\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0,82.$$

5. Для того чтобы найти общее число электронов в оболочках, воспользуемся электронной конфигурацией. Верхний индекс в электронной конфигурации — это число электронов в данной оболочке. Суммируя индексы, найдем число электронов — 21, следовательно, порядковый номер элемента: $Z = 21$. Это порядковый номер химического элемента скандия.

Ответ: 1) $\frac{p_m}{p_{ms}} = 0,82;$

2) химический элемент — скандий.

3.5.2. Волновая функция

1. Установить, в каком квантовом состоянии находится валентный электрон.
2. Записать квантовые числа этого состояния.
3. Написать волновую функцию для данного состояния.
4. Найти вероятность обнаружения или среднее значение искомой физической величины в общем виде. Как правило, требуется взять интеграл.
5. Рассчитать искомую величину.
6. Записать окончательный результат.

Пример 3.6. Атом водорода находится в основном состоянии. Найдите среднюю потенциальную энергию электрона в этом состоянии.

Дано:

Основное состояние
атома водорода.

Определить: $\langle U \rangle = ?$

Решение

1. Единственный электрон атома водорода занимает состояние с электронной конфигурацией $1s^1$. Данное квантовое состояние определяется набором квантовых чисел:

$$n = 1, l = 0, m_l = 0.$$

2. Волновая функция основного состояния имеет вид

$$\Psi_{100}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, \quad (3.38)$$

где

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}, \quad (3.39)$$

в формуле (3.39) m_e — масса электрона; e — электрический заряд электрона; a — константа, равная радиусу первой боровской орбиты.

3. Важным свойством волновой функции является то, что она позволяет находить средние значения физических величин в квантовой механике. Воспользуемся этим свойством и найдем среднее значение потенциальной энергии электрона:

$$\langle U \rangle = \int_0^\infty U(r) \cdot |\Psi_{100}(r)|^2 4\pi r^2 dr. \quad (3.40)$$

4. Напишем формулу для потенциальной энергии электрона в поле ядра:

$$U(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.41)$$

5. Объединим выражения (3.38), (3.40), (4.41):

$$\langle U \rangle = \int_0^\infty (-1) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \cdot e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

6. Возьмем интеграл:

$$\langle U \rangle = \frac{4e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \int_0^\infty r \cdot e^{-2r/a} dr = \frac{4e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}. \quad (3.42)$$

7. Подставим (3.39) в (3.42). После преобразований получим решение в общем виде:

$$\langle U \rangle = -\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0 \hbar)^2}.$$

8. Выполним расчет потенциальной энергии:

$$\langle U \rangle = -\frac{9,1 \cdot 10^{-31} (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{(4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,05 \cdot 10^{-34})^2} = -43,710^{-19} \text{ Дж}.$$

8. Найдем потенциальную энергию в электрон-вольтах. Для этого поделим полученный результат на число $1,6 \cdot 10^{-19}$.

9. Вычисления дают следующий результат:

$$\langle U \rangle = -27,4 \text{ эВ.}$$

Ответ: средняя потенциальная энергия электрона равна

$$\langle U \rangle = -43,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж, } \langle U \rangle = -27,4 \text{ эВ.}$$

3.5.3. Закон Мозли

1. Сделать анализ условия задачи, то есть выяснить: это водородо-подобный ион или многоэлектронный атом?
2. Выписать порядковый номер элемента.
3. Написать закон Мозли или спектральную формулу.
4. Выяснить, какая серия излучения формируется.
5. Записать для нее квантовые числа.
6. Выписать для данной серии спектра излучения постоянную экранирования.
7. Получить решение в общем виде.
8. Провести расчет искомой величины (или величин).
9. Проверить, если это необходимо, единицы измерения найденной величины.
10. Записать ответ.

Пример 3.7. Какую наименьшую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии К-серии характеристического рентгеновского излучения, если в качестве материала антиматериала используется вольфрам?

Дано:

W — вольфрам, $Z = 74$,
К-серия.

Определить: $U = ?$

Решение

1. При бомбардировке вольфрама быстрыми электронами возникает рентгеновское излучение, имеющее линейчатый спектр. Быстрые

электроны, проникая вглубь электронной оболочки атома, выбивают электроны, принадлежащие электронным слоям. Ближайший к ядру электронный слой (K -слой) содержит два электрона. Если хотя бы один из этих электронов оказывается выбитым за пределы атома, то на его место переходит электрон из вышележащих слоев (L , M , N). Соответствующие этим переходам линии образуют K -серию.

2. Электрон покинет пределы атома, если ему сообщить энергию, равную $h\nu = hc/\lambda$, где λ — длина волны, соответствующая переходу бесконечно удаленного электрона на K -оболочку. Эту энергию передает бомбардирующий электрон, прошедший разность потенциалов, равную eU .

3. Для минимально возможной энергии налетающего электрона выполняется равенство

$$hc/\lambda = eU.$$

4. Запишем закон Мозли в модифицированном виде:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \langle \sigma \rangle)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

здесь $n_1 = 1$ — главное квантовое число K -оболочки; $n_2 = \infty$ — главное квантовое число, соответствующее свободному электрону.

5. Постоянная экранирования для K -серии равна $\langle \sigma \rangle = 1,1$.

6. Объединим формулы и найдем решение в общем виде:

$$U = \frac{Rhc}{e} (Z - \langle \sigma \rangle)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (3.43)$$

7. Произведем вычисления, подставив численные значения в выражение (3.43):

$$U = \frac{1,097 \cdot 10^7 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} (74 - 1,1)^2 \left(\frac{1}{(1)^2} - \frac{1}{(\infty)^2} \right) = 7236 \text{ В.}$$

8. Проверим единицу измерения:

$$[U] = \left[\frac{\text{м}^{-1} \cdot \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{Кл}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = [\text{В}].$$

Ответ: $U = 72,4 \text{ кВ}$.

3.5.4. Поглощение излучения веществом

1. Записать закон Бугера.
2. Сделать необходимые преобразования, то есть найти решение в общем виде.
3. Подставить значение найденной величины в общее решение.
4. Рассчитать искомую величину.
5. Записать окончательный результат.

Пример 3.8. Пучок γ -лучей с длиной волны 0,69 пм падает на поверхность воды. На какой глубине интенсивность лучей уменьшится в 90 раз?

Дано:

$\lambda = 0,69 \text{ пм} =$	$0,69 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
$k = 90$	

$$x = ?$$

Решение

1. Ослабление интенсивности излучения подчиняется закону Бугера:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (3.44)$$

2. Воспользуемся этим законом (3.44) и найдем отношение интенсивностей:

$$\frac{I_0}{I} = e^{\mu x},$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения; I — интенсивность излучения на глубине x ; μ — линейный коэффициент поглощения.

3. Решим это уравнение относительно толщины поглощающего слоя x :

$$\ln k = \mu x,$$

$$x = \ln k / \mu. \quad (3.45)$$

4. Выразим энергию фотона через его длину волны:

$$\varepsilon = hc / \lambda. \quad (3.46)$$

5. Найдем энергию фотона по формуле (3.46):

$$\varepsilon = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,69 \cdot 10^{-12}} = 2,88 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

6. Выразим энергию в МэВ:

$$\varepsilon = 1,8 \text{ МэВ.}$$

7. Воспользоваться графиком, найдем линейный коэффициент поглощения $\mu(\varepsilon)$ по рассчитанной энергии фотона:

$$\mu = 0,058 \text{ см}^{-1}.$$

8. Вычислим толщину поглощающего слоя, подставив в формулу (3.45) найденное значение линейного коэффициента поглощения:

$$x = \frac{\ln 90}{0,058} = 77,6 \text{ см.}$$

Ответ: $x = 77,6 \text{ см.}$



4.1. Элементарные частицы

4.1.1. Элементарные частицы и их характеристики

Характеристики элементарных частиц. В 1932 г. были известны четыре частицы: электрон, фотон, протон и нейтрон. Одновременно были сделаны первые шаги в классификации взаимодействий и характеристик частиц. Общими характеристиками для всех частиц являются масса m , электрический заряд Q и спин J . Каждая элементарная частица обладает *спином*. Частицы с полуцелым спином называют *фермионами*, а с целым спином — *бозонами*.

Спин протона, нейтрона, электрона, мюона, нейтрино и соответствующих античастиц $J = \frac{1}{2}$. Спин фотона $J = 1$, спин пиона $J = 0$.

Изотопический спин. В результате взаимодействия протонов и нейтронов возникает устойчивая связанная система — атомное ядро. В. Гейзенберг в 1932 г. обратил внимание на то, что замена протона нейтроном не изменяет величину силы взаимодействия между ними. Если не учитывать различия зарядов и масс протона и нейтрона, то в рамках сильного взаимодействия они неразличимы. Свойство, свидетельствующее о зарядовой независимости ядерных сил, получило название *изотопической инвариантности*. Протон и нейтрон проявляют себя как различные состояния (изотопы) одной и той же частицы (нуклона).

Два состояния нуклона математически описывается вектором изотопического спина \vec{T} (кратко — изоспином), подобным обычному спину.

Число возможных проекций изоспина T_3 на некоторую ось в абстрактном изотопическом пространстве равно $2T + 1$. Оно определяет

полное число частиц *изотопического мультиплет* (от лат. *multiplex* — «многократный»). Для нуклона значение $T = \frac{1}{2}$ приводит к изотопическому дублету. Значение проекции $T_3 = \frac{1}{2}$ соответствует протону, а $T_3 = -\frac{1}{2}$ соответствует нейтрону.

Введение изоспина придает принципу Паули общий характер: протон и нейтрон представляют одну частицу с различными значениями проекции T_3 . Подобная ситуация наблюдается и у других адронов.

Существуют три типа пионов (π^+ , π^- и π^0), отличающихся зарядами и массами, поэтому у пионов изоспин равен $T = 1$, и они существуют в трех ($2T + 1 = 3$) различных состояниях, образуя *триплет*. π^+ , π^0 и π^- -пионам соответствуют значения проекций изоспина $T_3 = 1, 0, -1$.

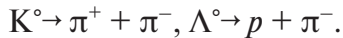
Барионный заряд. Для объяснения сохранения в реакциях числа нуклонов постулировали закон сохранения барионного (от греч. *barus* — «тяжелый») заряда. Протону и нейтрону приписали барионный заряд $B = 1$, их античастицам — значение $B = -1$. Барионный заряд пионов $B = 0$.

Странные частицы. В середине прошлого века открыли новые частицы с необычными свойствами. Сначала они были зарегистрированы в реакциях космических лучей, а после введения в строй космострона с энергией протонов 3 ГэВ (США, 1953) и бэватрона с энергией протонов 6 ГэВ (США, 1954) получены в лаборатории. Эту группу частиц принято обозначать буквами.

Гипероны. Первым был открыт лямбда-гиперон — Λ^0 . Его масса равна $m = 1,116$ ГэВ и превышает массу нуклона — отсюда название (от греч. *hyper* — «свыше»). Нейтральный Λ^0 -гиперон образуется вместе с нейтральным K^0 -мезоном в реакции



Продукты реакции распадаются по модам:



Из последней реакции следует, что Λ^0 -гиперон должен быть фермионом. Время жизни Λ^0 -гиперона — около 10^{-10} с.

Затем были открыты частицы Σ^+ , Σ^- и Σ^0 , которые называют сигма-гиперонами. Их массы почти одинаковы — около 1,195 ГэВ. Σ^+ -гипероны и K^\pm -мезоны наблюдаются в реакциях



$$\Sigma^{\pm} \rightarrow n + \pi^{\pm}, \quad K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} + \pi^0.$$

Время жизни заряженных К-мезонов составляет 10^{-8} с, массы К-мезонов — 495 МэВ.

Каскадные гипероны. В 1953 г. в фотоэмульсии, облученной космическими лучами, была обнаружена тяжелая заряженная частица, которая распадалась на нейтральный Λ^0 -гиперон и заряженный π^- -пион — это двухступенчатый распад частицы, названной кси-минус-гипероном — Ξ^- . Масса Ξ^- -гиперона равна $m = 1,3213$ ГэВ. Время жизни Ξ^- -гиперона — 10^{-10} с:

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-, \quad \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-.$$

Рождение Ξ^- -гиперона сопровождается появлением двух К-мезонов:

$$\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^0.$$

Существует второй каскадный Ξ^0 -гиперон с модой распада $\Xi^0 = \Lambda^0 + \pi^0$. Частицы Λ , Σ и Ξ имеют барионный заряд $B = 1$.

Странность. Механизм рождения новых частиц связан с сильным взаимодействием и присущим ему временем распада порядка 10^{-22} с. Однако Λ -, Σ - и Ξ -частицы «живут» значительно дольше $\sim 10^{-10}$ с, поэтому физики называли эти новые частицы «странными».

Японский физик К. Нишиджима и американский физик М. Гелл-Манн в 1953 г. ввели новое квантовое число — *странность* S . Все странные частицы рождаются в результате сильного взаимодействия и живут в масштабе ядерного времени «почти вечно». При рождении странных частиц должен выполняться *закон сохранения странности*. В процессах слабого распада странность не сохраняется. Λ - и Σ -гипероны имеют странность $S = -1$. K^0 - и K^+ -мезоны имеют странность $S = 1$, их античастицы имеют странность $S = -1$. Для каскадных гиперонов $S = -2$.

Нуклоны и пионы не принадлежат к странным частицам, для них $S = 0$, поэтому при столкновении обычных частиц должно рождаться несколько странных частиц.

Электрический заряд связан с квантовыми числами соотношением

$$Q = T_3 + B/2 + S/2. \quad (4.2)$$

Гиперзаряд. Это квантовое число по определению равно $Y = B + S$. С учетом вновь введенного квантового числа, электрический заряд частицы можно вычислить по формуле $Q = T_3 + Y/2$.

Схема Гелл-Манна и Нишиджимы позволила предсказать существование новых частиц. Например, Σ^+ - и Σ^- -гипероны, имеющие почти одинаковую массу, не могут образовать дублет с изоспином $T = \frac{1}{2}$, так как в этом случае нарушается соотношение (4.2). Если предположить, что $T = 1$, то должна существовать нейтральная частица — Σ^0 -гиперон. Были предприняты поиски Σ^0 -гиперона, который был найден в 1959 г. в новой моде реакции (4.1):

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0.$$

Нейтральный Σ^0 -гиперон распадается совсем не так, как его заряженные партнеры: $\Sigma^0 = \Lambda^0 + \gamma$. Время жизни в результате электромагнитного процесса распада с сохранением странности очень мало, порядка 10^{-19} – 10^{-21} с.

Аналогичным образом можно показать, что K^+ , K^0 и K^- не могут образовать триплета с изоспином $T = 1$. В действительности существуют два нейтральных К-мезона — частица K^0 и античастица \bar{K}^0 , так что мы имеем четыре частицы: K^+ , K^0 и их античастицы с изоспином $T = \frac{1}{2}$.

Последний представитель гиперонов — омега-минус-гиперон Ω^- с массой 1,672 ГэВ. Его барионное число $B = 1$, изоспин $T = 0$, странность $S = -3$. Существование Ω^- -гиперона, его масса и схема распада были предсказаны на основе кварковой модели раньше, чем его обнаружили в 1964 г. Для этого пришлось просмотреть 300 000 снимков.

Самые загадочные частицы — *каоны*. Нейтральные каоны — частица K^0 и античастица \bar{K}^0 — проявляют существенно различное поведение. K^0 -мезон может рождаться совместно с гипероном при взаимодействии нестранных частиц. \bar{K}^0 -мезон может рождаться только совместно с каоном или антигипероном. В пузырьковой камере нейтральные каоны не оставляют следов, видны только треки продуктов распада, например, групп пионов $\pi^+ + \pi^-$ и $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$. В этих распадах не сохраняются ни странность, ни проекция изотопического спина. Эта проблема и привела к открытию нового закона сохранения четности.

Закон сохранения четности запрещает переходы между состояниями с различной четностью. Проблема возникла в связи с распадом K^+ -мезона. Было похоже, что существуют два различных типа K^+ -мезонов: один, названный *тета-мезоном*, распадался на два пиона, а другой, названный *тау-мезоном*, распадался на три пиона.

Ошибочно утверждать, что K^+ -мезон *иногда* распадается на два пиона, а *иногда* на три пиона, поскольку в этом случае нарушался бы за-

кон сохранения четности. Возникла дилемма: или существуют два типа частиц равных масс и зарядов с различной четностью, или в одном из распадов изменяется четность. Т. Ли и Ч. Янг в 1956 г. пришли к выводу, что в слабых взаимодействиях четность не сохраняется, и за это открытие им в 1957 г. была присуждена Нобелевская премия. Чтобы проверить это предположение, в том же 1957 г. был поставлен эксперимент по изучению β -распада кобальта-60 в магнитном поле при температуре 0,01 К. При такой температуре спины всех ядер выстраиваются по направлению вектора магнитной индукции и можно измерить количество электронов, вылетевших по направлению спина и против него. Результаты измерений удивили всех: электроны выпускались несимметрично. Слабым взаимодействиям оказалась присуща внутренняя асимметрия.

Классы взаимодействий. Различные процессы при достигнутых в настоящее время энергиях заметно отличаются интенсивностью взаимодействия. Сейчас взаимодействия элементарных частиц относят к нескольким классам: сильному, электромагнитному, слабому и гравитационному.

Сильное взаимодействие приводит к связанному состоянию нейтронов и протонов — атомному ядру. Частицы, участвующие в реакциях, обусловленных сильным взаимодействием, называют собирательным термином — *адроны* (от греч. *hadros* — «большой», «сильный»). Переносчик взаимодействия — *пион*.

Электромагнитное взаимодействие проявляется в образовании связанных состояний — атомов и молекул. Это взаимодействие обусловлено наличием у частиц электрического заряда. Переносчик взаимодействия — *фотон*.

Все процессы с участием *нейтрино* обусловлены слабым взаимодействием сверхмалой интенсивности. Например, слабое взаимодействие ответственно за все виды β -распада ядер. Обычно оно подавлено более интенсивным электромагнитным или сильным взаимодействием, за исключением случаев, когда они запрещены законами сохранения. Свободный нейтрон распадается на протон, электрон и электронное антинейтрино за 1000 с. Переносчиком слабых взаимодействий являются *бозоны*: положительно заряженный W^+ -бозон, отрицательно заряженный W^- -бозон и нейтральный Z^0 -бозон.

Гравитационное взаимодействие обеспечивает связанное состояние макроскопических тел. Оно несущественно на ядерных расстояниях

$\sim 10^{-15}$ м. Существует область энергий и расстояний, где гравитационные эффекты становятся определяющими. Энергия гравитационного взаимодействия двух частиц, определяемая формулой Gm^2/r , равна mc^2 на расстоянии длины волны де Бройля $r = h/mc$. Тогда масса частицы $m = (hc/G)^{1/2}$, $m \approx 5 \cdot 10^{-8}$ кг, а энергия $mc^2 \approx 3 \cdot 10^{19}$ ГэВ. Эта *гипотетическая сверхтяжелая* частица получила название планкион (или максимон). Расстояние $r = (Gh/c^3)^{1/2} \approx 4 \cdot 10^{-35}$ м называют планковской длиной.

4.1.2. Кварковая модель строения вещества

Адроны участвуют в сильном и электрослабом взаимодействиях. Другие частицы принимают участие только в электрослабых процессах, получивших название лептонов (от греч. *leptos* — «легкий»). К ним относятся электрон, мюон, электронное и мюонное нейтрино. В 1975 г. в это семейство вошли «тяжелый» тау-мезон (τ) с массой 1,8 ГэВ и тау-нейтрино.

Из множества частиц в пространстве квантовых чисел удалось получить упорядоченные группы — супермультиплеты (изотопические мультиплеты), представленные в табл. 4.1, 4.2.

Таблица 4.1

Изотопические мультиплеты, ч. 1

$Y \backslash T_3$	-1	$-1/2$	0	$1/2$	1
1	—	n	—	p	—
0	Σ^-	—	Λ^0, Σ^0	—	Σ^+
$-1/2$	—	Ξ^-	—	Ξ^0	—

Таблица 4.2

Изотопические мультиплеты, ч. 2

$Y \backslash T_3$	1	$-1/2$	0	$1/2$	1
1	—	K^0	—	K^+	—
0	π^-	—	π^0, η	—	π^+
$-1/2$	—	K^-	—	\bar{K}^0	—

Существование большого числа адронов и явная симметрия барионов и мезонов позволили прийти к выводу: все они являются сложными системами, образованными из триплета субчастиц. Гипотеза была выдвинута М. Гелл-Манном в 1964 г. (за это ему в 1969 г. присудили Нобелевскую премию) и, независимо, Дж. Цвейгом. Три новых объекта Гелл-Манн назвал *кварками*. Их обозначают буквами u , d , s , образованными от начальных букв английских слов *up* («вверх»), *down* («вниз») и *strange* («странный»).

Кварки являются *фермионами*. Они имеют дробный электрический и барионный заряд. Для антикварков \tilde{u} , \tilde{d} , \tilde{s} все квантовые числа, исключая спин J , имеют обратные знаки. Массы u - и d -кварков $\sim 0,35$ ГэВ, масса s -кварка $\sim 0,5$ ГэВ.

В кварковой модели мезоны составлены из кварков и антикварков, а барионы — из трех кварков.

Мезоны: $\pi^+ = u\tilde{d}$, $\pi^- = \tilde{u}d$, π^0 -мезон — смесь $u\tilde{u}$ и $d\tilde{d}$ кварков.

Барионы: $n = udd$, $p = uud$.

s -кварк входит в состав странных мезонов:

$$K^+ = u\tilde{s}, K^0 = d\tilde{s}, K^- = s\tilde{u}, \bar{K}^0 = s\tilde{d},$$

и странных барионов:

$$\Lambda^0 = uds, \Sigma^+ = uus, \Sigma^- = dds.$$

Совокупность квантовых чисел, отличающих один тип кварка от другого, принято называть *ароматом* (*flavour*).

Распады частиц объясняются просто как распады кварков.

Например, распад нейтрона

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$$

происходит благодаря распаду d -кварка:

$$d \rightarrow u + e^- + \tilde{\nu}_e.$$

Цвет. Поскольку кварк — фермион, то возможны адроны из трех одинаковых кварков, например, $\Omega^- = sss$, в состояниях, не удовлетворяющих принципу Паули. Эту проблему решили в 1965 г., введя еще одну внутреннюю характеристику кварка — *цвет*. Кварк может находиться в одном из трех цветовых состояний, условно называемых *желтый*, *синий* и *красный*. Цвета антикварков, называемые антицветами,

являются дополнительными к цветам кварков и соответственно называются *фиолетовый*, *оранжевый* и *зеленый*. Любой барион должен содержать кварки трех цветов. Так как кваркам приписаны основные цвета, то такая комбинация может быть названа белой или бесцветной. Мезоны являются смесью цвета и антицвета и они также бесцветны. Квантовое число цвет определяет *цветовой заряд* кварка. Введение цвета приводит к новой внутренней симметрии, используемой для построения теории взаимодействия кварков.

Очарованный кварк. В ноябре 1974 г. открыли новую частицу — мезонный резонанс. Ее назвали J -частицей при электрон-позитронной аннигиляции (e^+e^- -аннигиляция) и ψ -частицей при столкновении протонов (энергия 28 ГэВ) с бериллиевой мишенью. Ее современное название — J/ψ -частица. Необычно большое время жизни $\sim 10^{-20}$ с не позволило объяснить ее существование в рамках теории трех кварков.

Выяснилось, что J/ψ -частица — это связанное состояние нового c -кварка и антикварка \bar{c} , предсказанных Ш. Глешоу в 1970 г. Новый кварк назвали «очарованным» (*charmed*). Он обладает новым квантовым числом C , названным *очарование*, или *шарм*. Масса c -кварка $\sim 1,5$ ГэВ. Согласно кварковой модели, должно существовать возбужденное состояние системы $c\bar{c}$, названной чармонием. В 1979 г. были обнаружены «очарованные» барионы, содержащие «очарованные кварки». Так, была открыта новая форма материи, возникающая только при высоких энергиях взаимодействующих частиц.

Третье поколение кварков. Открытие чармония стимулировало поиск более тяжелых кварков. В 1977 г. открыли новую частицу, ипсилон-мезон (Y -мезон), — связанное состояние пары кварк-антикварк пятого аромата. Эта система называется бьютионием (от англ. *beauty* — «красота»). Новый кварк, названный b -кварком, является носителем квантового числа b — *красота*, или *прелесть*. Масса b -кварка ~ 5 ГэВ.

Существует шестой t -кварк (от англ. *top* — «вершина»), который называют истинным (от англ. *truth* — «истина»), с квантовым числом t . Масса t -кварка ~ 175 ГэВ. Была обнаружена C -связанная система топоний (или топомоний).

4.1.3. Основные понятия, формулы и законы раздела «Элементарные частицы»

- Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = m_0 c^2 + T.$$

- Импульс релятивистской частицы:

$$pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)},$$

где T — кинетическая энергия частицы; c — скорость света в вакууме; p — импульс частицы; m_0 — масса покоя частицы.

- Инвариантная величина при столкновении:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4,$$

где E и p — полная энергия и импульс системы до столкновения; m_0 — масса покоя образовавшейся частицы.

- Инвариантная масса

$$m_i = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2},$$

где E_1, \vec{p}_1 — энергия и импульс первой частицы, E_2, \vec{p}_2 — энергия и импульс второй частицы.

- Скорость инвариантной частицы

$$\vec{v} = \frac{c^2}{E} \vec{p},$$

где E, \vec{p} — энергия и импульс инвариантной частицы.

- Пороговая (минимальная) кинетическая энергия частицы m , налетающей на покоящуюся частицу M , для возбуждения реакции $m + M \rightarrow m_1 + m_2 + \dots$:

$$T_{\text{пор}} = \frac{(m_1 + m_2 + \dots)^2 - (m + M)^2}{2M} c^2,$$

где m, M, m_1, m_2, \dots — массы покоя соответствующих частиц.

4.1.4. Алгоритм решения задач в разделе «Элементарные частицы»

1. Написать уравнение распада.
2. Установить, какая это частица: релятивистская или классическая.
3. Выписать законы сохранения и соответствующие формулы данного процесса.
4. Полученную систему уравнений или уравнение решить относительно искомой величины.
5. Провести расчеты.
6. Записать ответ.

4.1.5. Примеры решения задач в разделе «Элементарные частицы»

Пример 4.1. Найдите пороговую энергию фоторождения π^0 -мезона при взаимодействии γ -кванта с неподвижным протоном в реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$.

Дано:

$$E_p = m_p c^2$$

$$\vec{p}_p = 0$$

$$T_\gamma = ?$$

Решение

1. Запишем уравнение распада:

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0.$$

2. Частицы релятивистские.
3. γ -квант имеет массу $m_\gamma = 0$ и энергию, равную кинетической энергии, T_γ .
4. Запишем закон сохранения энергии для данной реакции:

$$\sqrt{(m_\gamma + m_p)^2 + \frac{2m_p T_\gamma}{c^2}} = m_p + m_{\pi^0}.$$

5. Решим уравнение относительно пороговой энергии γ -кванта:

$$T_{\gamma} = \frac{c^2 m_{\pi^0}}{2m_p} (2m_p + m_{\pi^0}).$$

6. Преобразуем выражение к виду

$$T_{\gamma} = m_{\pi^0} c^2 \left(1 + \frac{m_{\pi^0}}{2m_p} \right).$$

Данное соотношение является общим решением.

7. Произведем расчеты искомой величины, подставив массу частиц в единицах энергии: масса π^0 -мезона — 135 МэВ; масса протона — 938,2 МэВ.

$$T_{\gamma} = 135 \left(1 + \frac{135}{2 \cdot 938,2} \right) = 145 \text{ МэВ}.$$

8. Реакция фоторождения π^0 -мезона возможна, если γ -квант имеет энергию 145 МэВ.

Ответ: $T_{\gamma} = 0,145 \text{ ГэВ}$.

4.2. Фундаментальные взаимодействия

Элементарными частицами называются мельчайшие известные в настоящее время частицы материи. Характерная особенность элементарных частиц — их способность к взаимным превращениям.

Число элементарных частиц вместе с античастицами приближается к 400. Практически все элементарные частицы нестабильны. Они самопроизвольно превращаются в другие элементарные частицы.

Стабильными являются фотон, электрон, все виды нейтрино, протон и их античастицы.

Чтобы объяснить свойства и поведение элементарных частиц их наделяют, кроме массы, электрического заряда и спина, рядом особых, присущих только элементарным частицам, величин — квантовых чисел.

Элементарные частицы могут участвовать только в четырех фундаментальных взаимодействиях: сильном, электромагнитном, слабом и гравитационном.

Константа взаимодействия — безразмерный параметр, определяющий вероятность процессов, обусловленных данным видом взаимодействия.

Отношение значений констант дает относительную интенсивность соответствующих взаимодействий.

Сильное взаимодействие обеспечивает связь нуклонов в ядре. Константа сильного взаимодействия имеет значение 10. Максимальное расстояние, на котором проявляется сильное взаимодействие (радиус действия r), не превышает 10^{-15} м.

Электромагнитное взаимодействие обеспечивает связь частиц (тел), имеющих электрический заряд. Константа взаимодействия равна $1/137 \approx 10^{-2}$. Радиус действия не ограничен ($r = \infty$).

Слабое взаимодействие ответственно:

- за все виды β -распада ядер (включая e -захват);
- многие распады элементарных частиц;
- все процессы взаимодействия нейтрино с веществом.

Константа взаимодействия равна 10^{-14} . Слабое взаимодействие, как и сильное, является короткодействующим (радиус действия $r \sim 10^{-18}$ м).

Гравитационное взаимодействие присуще всем частицам (телам). Константа взаимодействия имеет значение порядка 10^{-39} . Радиус действия неограничен ($r = \infty$). Гравитационное взаимодействие является универсальным, ему подвержены все без исключения элементарные частицы. В процессах микромира гравитационное взаимодействие ощутимой роли не играет.

Информация о фундаментальных взаимодействиях представлена в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Фундаментальные взаимодействия

Вид взаимодействия	Константа взаимодействия	Сечение взаимодействия, м^2	Время жизни (время распада), с
Сильное	10	10^{-31}	$10^{-23} - 10^{-20}$
Электромагнитное	10^{-2}	10^{-29}	$10^{-21} - 10^{-16}$
Слабое	10^{-14}	$10^{-42} - 10^{-49}$	$10^{-3} - 10^3$
Гравитационное	10^{-39}	—	—

4.3. Космическое излучение

Физика элементарных частиц тесно связана с изучением космического излучения. Исследование этого вида излучения проводится методами, аналогичными методам регистрации радиоактивных излучений и частиц. На Землю данный вид излучения приходит равновероятно со всех направлений космического пространства.

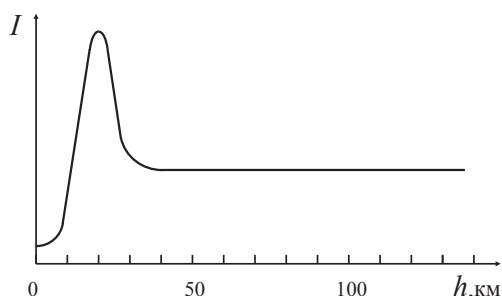


Рис. 4.1

Интенсивность космического излучения сложным образом зависит от высоты. Она быстро растет с высотой, достигая максимума на высоте ~ 20 км. На высотах ~ 50 км и выше $h > 50$ км интенсивность космического излучения остается практически постоянной (рис. 4.1).

Излучение, непосредственно приходящее из космоса, называют *первичным космическим излучением*. Первичное излучение — это поток элементарных частиц высокой энергии. Более 90 % составляют протоны с энергией примерно $10^9 - 10^{13}$ эВ. Около 7 % — α -частицы. Небольшая доля (около 1 %) — ядра более тяжелых элементов ($Z \gg 20$).

Первичное космическое излучение имеет в основном галактическое происхождение. Частицы первичного космического излучения ускоряются до столь высоких энергий в результате столкновения их с движущимися межзвездными магнитными полями. На высотах $h \geq 50$ км наблюдается лишь первичное излучение, характеризующееся постоянной интенсивностью.

Рост интенсивности космического излучения с приближением к Земле свидетельствует о появлении *вторичного космического излучения*. Данный тип космического излучения рождается при взаимодействии первичного космического излучения с ядрами атомов земной атмосферы. В нем встречаются практически все известные элементарные частицы. Космическое излучение на высотах $h \leq 20$ км является чисто вторичным. Интенсивность вторичного космического излучения уменьшается, поскольку вторичные частицы по мере продвижения к поверхности Земли поглощаются.

Вторичное космическое излучение можно разделить на два вида:

- мягкое (сильно поглощается свинцом);
- жесткое (имеет большую проникающую способность в свинце).

Мягкое космическое излучение. В космическом пространстве всегда имеются γ -кванты с энергией, превышающей энергию покоя электрона в два раза ($E > 2m_e c^2$), превращающиеся в поле атомных ядер в электронно-позитронные пары. Образовавшиеся электроны и позитроны при торможении создают γ -кванты, энергия которых еще достаточна для образования новых электронно-позитронных пар и т. д. Лавинообразный процесс протекает до тех пор, пока энергия γ -квантов не будет меньше $2m_e c^2$ (см. рис. 4.2).

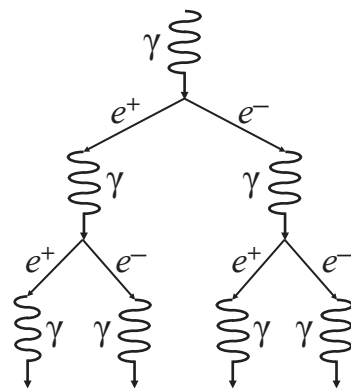


Рис. 4.2

Его называют *электронно-позитронно-фотонным ливнем* (или *каскадным ливнем*). Первичные частицы, приводящие к образованию ливней, имеют огромные энергии. Они не в состоянии пройти через большие толщи вещества, поэтому, ливневые частицы (электроны, позитроны и γ -кванты) являются *мягким вторичным* космическим излучением.

Жесткое космическое излучение. К. Андерсон и С. Неддермейер в 1936 г. изучали поглощение жесткого вторичного космического излучения в свинцовых фильтрах. С помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле, они обнаружили частицы, масса которых близка к двумстам массам электрона ($207 m_e$). Впоследствии эти частицы были названы *мюонами*.

Жесткое вторичное космическое излучение состоит в основном из мюонов. Они образуются вследствие распада более тяжелых заряженных частиц (π - и K -мезонов). Мюоны имеют пренебрежимо малые радиационные потери, так как их масса велика, поэтому жесткий компонент вторичного излучения обладает большой проникающей способностью.

Существуют положительный (μ^+) и отрицательный (μ^-) мюоны; заряд мюонов равен элементарному заряду e . Масса мюонов равна $206,8 m_e$, время жизни μ^+ - и μ^- -мюонов одинаково и равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Мюоны — нестабильные частицы. Приближаясь к поверхности Земли, поток мюонов уменьшается за счет самопроизвольного распада по следующим схемам:

$$\mu^- \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e + {}^0_0\nu_\mu, \quad (4.2)$$

$$\mu^+ \rightarrow {}^0_{+1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_\mu + {}^0_0\nu_e, \quad (4.3)$$

где ${}^0_0\nu_\mu$ и ${}^0_0\tilde{\nu}_\mu$ — соответственно «мюонные» нейтрино и антинейтрино. Они отличаются от ${}^0_0\nu_e$, ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ «электронных» нейтрино и антинейтрино, сопутствующих испусканию позитрона и электрона соответственно. Появление мюонных нейтрино следует из законов сохранения энергии и спина.

Спин мюонов, как и электрона, равен $\frac{1}{2}$ (в единицах \hbar). Спины нейтрино и антинейтрино равны соответственно $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$ (см. схемы 4.5, 4.6).

4.4. Частицы и античастицы

В 1928 г. П. Дирак получил релятивистское квантово-механическое уравнение для электрона. Из него без дополнительных предположений получаются спин и численное значение собственного магнитного момента электрона. Спин представляет собой величину одновременно и квантовую, и релятивистскую.

Уравнение Дирака предсказало существование античастицы электрона — позитрона. Полная энергия свободного электрона получается не только положительной, но и отрицательной. При заданном P импульсе частицы существуют решения уравнения, соответствующие энергиям:

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4}. \quad (4.4)$$

Между наибольшей отрицательной энергией ($-m_e c^2$) и наименьшей положительной энергией ($+m_e c^2$) имеется интервал запрещенных значений энергий. Ширина запрещенной зоны равна $2m_e c^2$ (рис. 4.3).

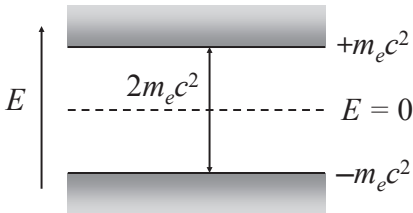


Рис. 4.3

Существуют две области собственных значений энергии: одна начинается от $-m_e c^2$ и простирается до $-\infty$, другая начинается от $+m_e c^2$ и простирается до $+\infty$.

В релятивистской механике энергия выражается через импульс соотноше-

нием, совпадающим с (4.4), и формально может иметь отрицательные значения. В классической теории энергия изменяется непрерывно, и частица не может пересечь запрещенную зону, следовательно, и перейти от положительных значений к отрицательным значениям энергии.

В квантовой теории энергия может изменяться не только непрерывно, но и скачком, поэтому существование запрещенной зоны не может воспрепятствовать переходу частицы в состояния с отрицательной энергией.

Частица с отрицательной энергией обладает очень странными свойствами. Переходя в состояния с меньшей энергией, она может выделять энергию в виде излучения. Поскольку модуль энергии $|E|$ ничем не ограничен, частица с отрицательной энергией могла бы излучить бесконечно большое количество энергии. Состояния с отрицательной энергией, казалось бы, нужно исключить из рассмотрения как приводящие к абсурдным результатам, однако это противоречило бы некоторым общим принципам квантовой механики.

Выводы Дирака:

- переходы электронов в состояния с отрицательной энергией не наблюдаются, поскольку все имеющиеся уровни с отрицательной энергией заняты электронами. Электроны подчиняются принципу Паули, запрещающему находиться в одном и том же состоянии более одной частицы;
- вакуум — это такое состояние, при котором все уровни с отрицательной энергией заселены электронами, а уровни с положительной энергией свободны (рис. 4.4, а);
- так как все без исключения уровни, лежащие ниже запрещенной полосы, заняты, электроны на этих уровнях никак себя не обнаруживают.

Если одному из электронов, находящихся на отрицательных уровнях, сообщить энергию

$$E \geq 2m_e c^2, \quad (4.5)$$

электрон перейдет в состояние с положительной энергией. Он будет обычной частицей с положительной массой и отрицательным зарядом.

Вакансия, образовавшаяся на уровнях с отрицательной энергией, ведет себя как электрон, имеющий положительный заряд. Из соотношения $E = mc^2$ вытекает, что частица, имеющая отрицательную энер-

гию, имеет и отрицательную массу. Отсутствие такой частицы воспринимается как наличие частицы с положительной массой и положительным зарядом. Первая из предсказанных теоретически частиц была названа *позитроном*.

Встреча позитрона с электроном сопровождается *аннигиляцией* (исчезновением) — электрон переходит с положительного уровня на отрицательный вакантный уровень. Исчезают обе частицы.

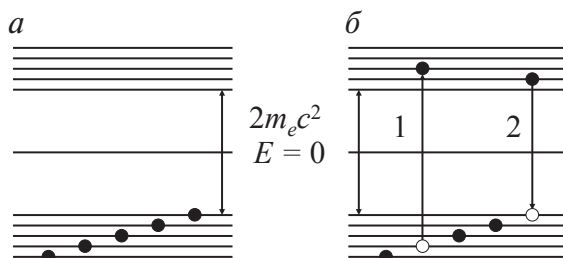


Рис. 4.4

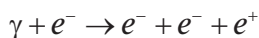
Энергия, соответствующая разности уровней, выделяется в виде излучения. На рис. 4.4, б стрелка 1 изображает процесс рождения пары электрон — позитрон, а стрелка 2 — их аннигиляцию. В этом процессе происходит превращение одних частиц (электрона и позитрона) в другие (γ -фотоны).

Теорию Дирака признали после того, как К. Андерсон в 1932 г. обнаружил позитрон в составе космического излучения. В камере Вильсона, помещенной между полюсами электромагнита, позитрон оставлял такой же след, как и родившийся одновременно с ним электрон, только его след закручен в противоположную сторону.

Рождение электрон-позитронных пар происходит при прохождении γ -фотонов через вещество. В полном соответствии с теорией Дирака, минимальная энергия γ -фотона, при которой наблюдается рождение пар равна $2m_e c^2 = 1,02$ МэВ (см. (4.5)).

В процессе рождения пары должна участвовать еще одна частица (электрон или ядро атома), чтобы выполнялся закон сохранения импульса. Эта частица воспринимает избыток импульса γ -фотона над суммарным импульсом электрона и позитрона.

Схема такова:



либо

$$\gamma + X \rightarrow X + e^- + e^+,$$

где X — ядро, в силовом поле которого происходит рождение пары.

Электрон-позитронные пары могут возникать при столкновении двух заряженных частиц, например электронов:

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^- + e^+. \quad (4.6)$$

При аннигиляции закон сохранения импульса удовлетворяется, поскольку возникают два (реже — три) γ -фотона, разлетающиеся в разные стороны:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma(+\gamma).$$

Уравнение Дирака применимо и к другим частицам со спином, равным $1/2$. Для каждой такой частицы должна существовать античастица. По аналогии с (4.6), при столкновении нуклонов достаточно большой энергии можно ожидать рождения пары протон–антипротон ($p - \bar{p}$) или нейтрон–антинейтрон ($n - \bar{n}$).

В 1955 г. в г. Беркли (США) на ускорителе при облучении пучком ускоренных протонов медной мишени наблюдалось образование пары протон — антипротон. Протоны были ускорены до энергии 6,3 ГэВ ($1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$).

Главное отличие частицы от античастицы заключается в их способности к взаимной аннигиляции, в результате которой возникают другие частицы.

Антипротон может аннигилировать при встрече не только с протоном, но и с нейтроном.

Совокупность возникающих частиц в отдельных актах аннигиляции различна. Например, возможны следующие процессы:

$$\bar{p} + p \rightarrow p^+ + p^- + p^+ + p^- + p^0,$$

$$\bar{p} + p \rightarrow p^+ + p^- + p^0 + p^0 + p^0,$$

$$\bar{p} + n \rightarrow p^+ + p^- + p^- + p^0 + p^0.$$

В 1956 г. на том же ускорителе в Беркли были обнаружены антинейтроны. Антинейтрон отличается от нейтрона знаком собственного магнитного момента. У антинейтрона направление магнитного момента совпадает с направлением механического момента. Он спо-

способен аннигилировать при встрече с нуклоном (нейтроном или протоном). В результате аннигиляции возникают новые частицы (главным образом π -мезоны).

Античастицы имеются не только у фермионов, но и у бозонов. Так, например, π^- -мезон является античастицей по отношению к π^+ -мезону.

Существуют частицы, которые тождественны со своими античастицами (не имеют античастиц). Такие частицы называются *истинно нейтральными*. К ним относятся фотон и π^0 -мезон. Истинно нейтральные частицы не способны к аннигиляции.

4.5. Классы элементарных частиц

Элементарные частицы разделены на четыре класса:

- 1) только одна частица — фотон;
- 2) лептоны;
- 3) мезоны;
- 4) барионы.

Мезоны и барионы в ряде случаев объединяют в один класс сильно взаимодействующих частиц — адроны (от греч. «адрос» — «крупный», «массивный»).

1. *Фотоны* (кванты электромагнитного поля) участвуют в электромагнитных взаимодействиях, но не обладают сильным и слабым взаимодействиями. Фотон является бозоном, так как его спин равен 1.

2. *Лептоны* — слабо взаимодействующие частицы, имеющие электрический заряд. Обладают электромагнитным взаимодействием. К ним относятся электроны, мюоны, тяжелый τ -лептон, электронные нейтрино, мюонные нейтрино и τ -нейтрино. Лептоны являются фермионами, поскольку их спин равен $1/2$. Лептоны сильно не взаимодействуют.

3. *Мезоны* — сильно взаимодействующие нестабильные частицы. Барионный заряд равен нулю. К ним относятся пионы (π^+ , π^- , π^0), K -мезоны, или каоны (K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0), и η -мезон (эта-мезон).

Масса заряженных p -мезонов равна $273 m_e$ (140 МэВ). Масса электронеutralного π -мезона равна $264 m_e$ (135 МэВ). Все частицы нестабильные: время жизни заряженных π -мезонов $2,60 \cdot 10^{-8}$ с, а нейтрального — $0,8 \cdot 10^{-16}$ с. Они распадаются с образованием мюонов и нейтрино.

Масса К-мезонов составляет примерно $970 m_e$ (494 МэВ для заряженных и 498 МэВ для нейтральных К-мезонов). Время жизни К-мезонов порядка 10^{-8} с. Они распадаются с образованием пионов и лептонов или только лептонов.

Масса η-мезона равна $1074 m_e$ (549 МэВ). Время жизни — около 10^{-19} с. Эта-мезоны распадаются с образованием π-мезонов и γ-фотонов.

Мезоны обладают не только слабым (и, если они заряжены, электромагнитным), но и сильным взаимодействием, проявляющимся при взаимодействии их между собой, а также при взаимодействии между мезонами и барионами. Спин всех мезонов равен нулю ($s = 0$). Они являются бозонами.

4. *Барионы* — сильно взаимодействующие частицы. К ним относятся нуклоны (p , n) и нестабильные частицы большой массы, получившие название гиперонов (Λ , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Θ^0 , Θ^- , Ω^-). Спин всех барионов равен $\frac{1}{2}$ ($s = 1/2$), то есть они являются фермионами. Все барионы нестабильны, за исключением протона. При распаде бариона, кроме других частиц, обязательно образуется барион. Эта закономерность — проявление закона сохранения барионного заряда.

Кроме перечисленных выше частиц, обнаружено большое число сильно взаимодействующих короткоживущих частиц, которые получили название *резонансов*. Эти частицы представляют собой резонансные состояния, образованные двумя или большим числом элементарных частиц. Время жизни резонансов составляет примерно 10^{-23} – 10^{-22} с.

4.6. Общие свойства частиц

Для описания свойств элементарных частиц вводится целый ряд физических величин, которыми они различаются.

- Масса (m) — характеризует интенсивность гравитационного взаимодействия и является мерой энергии частицы. Обычно выражается в теории элементарных частиц в энергетических единицах (МэВ или ГэВ) в соответствии с формулой Эйнштейна $E = mc^2$.
- Электрический заряд (q) — характеризует интенсивность электромагнитного взаимодействия. Измеряется в единицах элементарного заряда (e) с учетом знака.

- Среднее время жизни (τ) — является мерой стабильности частицы и выражается в секундах.
- Спин (\vec{s}) — собственный момент импульса частицы. Момент импульса частицы в покое системы отсчета. Измеряется в единицах перерасчитанной постоянной Планка.
- Собственный магнитный момент (\vec{p}_m) — характеризует взаимодействие покоящейся частицы с внешним магнитным полем. Измеряется в единицах соответствующих магнетонов ($\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m}$).

Магнитный момент положительный, если векторы \vec{s} и \vec{p}_m направлены в одну сторону, и отрицательный, если — в противоположные стороны. Собственный магнитный момент равен нулю, если $\vec{s} = 0$.

4.7. Особые свойства элементарных частиц

- Лептонный заряд (L) — квантовое число, характеризует особенности протекания процессов с участием лептонов. У всех лептонов $L = +1$. У антилептонов $L = -1$. Остальные частицы не имеют лептонного заряда, $L = 0$. Для каждого лептонного дублета введен дополнительно свой «заряд»: электронный заряд — L_e , мюонный заряд — L_μ и таонный заряд — L_τ . Очевидно, что полный лептонный заряд равен $L = L_e + L_\mu + L_\tau$.
- Спиральность (λ) — проекция спина частицы на направление ее движения (рис. 4.5). У нейтрино спин равен $\frac{1}{2}$, и его проекция на направление импульса может принимать значения $+1/2$ и $-1/2$. Удвоенное значение этой проекции — это спиральность λ . У нейтрино всегда $\lambda = -1$, у антинейтрино $\lambda = +1$. Нейтрино — левовинтовая частица, а антинейтрино — правовинтовая. Спин — это собственный момент импульса, и ему можно сопоставить вращение. Частица с $\lambda = +1$ будет двигаться подобно правому винту, а частица с $\lambda = -1$ — подобно левому винту (рис. 4.5).

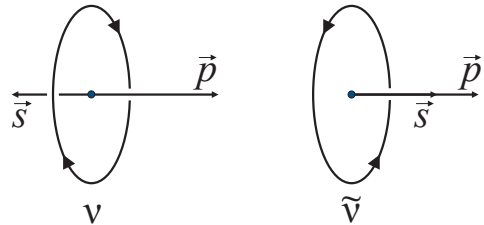


Рис. 4.5

- Барионный заряд — квантовое число, характеризующее особенности протекания процессов с участием барионов. У барионов (нуклонов и гиперонов) $B = +1$, у антибарионов барионный заряд равен $B = -1$. У всех остальных частиц $B = 0$.
- Изотопический спин (T) — квантовое число, определяющее зарядовое состояние частицы в мультиплете ($2T + 1$).
- Средний электрический заряд $\langle Q \rangle$ частиц, образующих мультиплет.
- Странность (S) — квантовое число, сохраняющееся при сильных взаимодействиях. Объясняет рождение странных частиц (К-мезонов и гиперонов). Странность связана со средним электрическим зарядом и барионным зарядом $S = 2\langle Q \rangle - B$.
- Гиперзаряд (Y) — квантовое число, равное удвоенному значению среднего электрического заряда частиц мультиплета $Y = 2\langle Q \rangle$, Y :

$$Y = B + S.$$

- Четность — квантовое число, характеризующее поведение волновой функции частицы при инверсии пространства. Если операция инверсии оставляет волновую функцию неизменной, состояние, описываемое этой функцией, называется четным. Если операция инверсии изменяет знак волновой функции, такое состояние называется нечетным. Поведение функции при инверсии зависит от внутренних свойств частиц, описываемых этой функцией. Частицы, описываемые четными волновыми функциями, обладают положительной внутренней четностью ($+1$). Частицы, описываемые нечетными функциями, имеют отрицательную внутреннюю четность (-1). Четность системы частиц равна произведению четностей отдельных частиц, входящих в систему.

4.8. Законы сохранения

Закономерности, наблюдаемые в микромире, сформулированы в виде законов сохранения.

В табл. 4.4 выполнение закона отмечено плюсом, а его нарушение — минусом.

Некоторые из законов сохранения приближенные и требуют дополнительной проверки. В частности, закон сохранения гиперзаряда, который выполняется в случае сильных и электромагнитных взаимодействий и нарушается в случае слабых взаимодействий.

Таблица 4.4

Законы сохранения фундаментальных взаимодействий

Закон сохранения	Вид взаимодействия		
	сильное	электро-магнитное	слабое
Энергии	+	+	+
Импульса	+	+	+
Момент импульса	+	+	+
Электрического заряда	+	+	+
Барионного заряда	+	+	+
Лептонного заряда	+	+	+
Изотопического спина	+	—	—
Гиперзаряда (странности)	+	+	—
Зарядового сопряжения	+	+	—
Четности	+	+	—
Комбинированной четности	+	+	—

Законы сохранения отражают определенную симметрию системы:

- сохранение энергии есть следствие однородности времени;
- сохранение импульса обусловлено однородностью пространства;
- сохранение момента импульса обусловлено изотропностью пространства;
- закон сохранения четности связан с симметрией между левым и правым;
- закон сохранения зарядового сопряжения отражает симметрию частиц и античастиц;
- законы сохранения электрического, барионного и лептонного зарядов выражают особую симметрию волновой функции;
- закон сохранения изотопического спина отражает изотропность изотопического пространства.

Нарушение одного из законов означает нарушение в данном взаимодействии соответствующего вида симметрии. Электромагнитное взаимодействие нарушает симметрию изотопического пространства, как следствие — изотопический спин в электромагнитных взаимодействиях не сохраняется.

Законы природы инвариантны относительно комбинированного преобразования.

Смысл этого преобразования состоит в одновременной замене частиц на античастицы и инверсии пространства и времени.

4.9. Кварки

По современным понятиям элементарные частицы расщеплены на два уровня: уровень адронов и уровень фундаментальных частиц, которыми являются лептоны.

Адроны считаются составными частицами. На это указывает ряд экспериментальных данных. При *упругом* рассеянии электронов был получен радиус протона и нейтрона, равный $\sim 10^{-15}$ м, причем электрический заряд и магнитный момент распределены в них неравномерно: они спадают от центра к периферии. Эксперименты по неупругому рассеянию электронов установили зернистую структуру протона и нейтрона.

Согласно гипотезе М. Гелл-Мана, все адроны (мезоны и барионы) построены из трех частиц, получивших название кварков. Кваркам приписывают дробные квантовые числа, в частности электрический заряд, равный: $+2/3$, $-1/3$, $+1/3$. Кварки обозначаются буквами *u* (от английского слова *up*, что означает вверх), *d* (*down* — вниз) и *s* (*strange* — странный). Кроме кварков, существуют антикварки (\bar{u} , \bar{d} , \bar{s}). На момент рождения гипотезы были известны только «обычные» и странные адроны, указанных кварков было достаточно для построения любого адрона. В состав странного адрона всегда входил странный кварк.

Существует принцип кварк-лептонной симметрии: каждому кварку должен отвечать некоторый лептон, и наоборот. Поскольку лептонов было четыре, а кварков — три (*u*, *d*, *s*), чтобы сохранить симметрию, пришлось постулировать существование «очарованного» кварка, а вместе с ним — и целой группы «очарованных» частиц, включающих этот кварк. Такие частицы были открыты в 70-х гг. XX в. В результате кварковая схема из теоретической гипотезы превратилась практически в реальность.

Затем были обнаружены еще два лептона, которым должны соответствовать два новых кварка: «прелестный» b и «истинный» t .

В 1980-е гг. были открыты несколько частиц, обладающих «прелестью», которые подтвердили существование кварка b .

Частицы, содержащие кварки t , должны обладать очень большими массами (>100 ГэВ).

Имеется и три дублета антикварков. Свойства, характеризующие кварки, даны в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Характеристики кварков и антикварков

Тип (аромат) кварка	Электрический заряд, q	Барионный заряд, B	Спин S	Очарование, C	Цвет
u	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	желтый, синий, красный
d	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
s	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
c	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	+1	то же
b	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
t	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
\bar{u}	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	фиолетовый, оранжевый, зеленый
\bar{d}	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
\bar{s}	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
\bar{c}	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	-1	то же
\bar{b}	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же
\bar{t}	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	то же

По современным представлениям кварки и лептоны — первичные частицы. Они не имеют наблюдаемых размеров и структуры. Любое вещество в природе построено из лептонов и кварков.

Схема построения адронов следующая:

- каждый мезон состоит из одного кварка g и одного антикварка \bar{g} ($M = g\bar{g}$);
- каждый барион — из трех кварков g ($B = ggg$).

Барионный заряд у барионов равен единице, следовательно, каждый кварк имеет дробный барионный заряд $+1/3$, а антикварк $-1/3$.

Частица Ω^- — гиперон, имеет спин $3/2$ и странность -3 . Чтобы получить спин $3/2$, спины кварков должны быть параллельными, но это противоречит принципу Паули. Противоречие снимается при учете цветности кварков.

Сочетание цветов кварков в адронах должно быть таким, чтобы средний цвет адрона был нулевым (адрон должен быть «бесцветным»). В состав протона входят кварки: u (желтый), u (синий) и d (красный). В сумме получается нулевой (белый) цвет.

Соответственно мезоны, состоящие из кварка и антикварка, также имеют нулевой цвет (табл. 4.5).

Цвет кварка подобен знаку электрического заряда и выражает различие в свойстве, определяющем взаимное притяжение и отталкивание кварков. По аналогии с квантами полей различных взаимодействий (фотонами в электромагнитных взаимодействиях, π -мезонами в сильных взаимодействиях и т. д.) были введены частицы — переносчики взаимодействия между кварками. Эти частицы называются глюонами (от англ. *glue* — «клей»). Они переносят цвет от одного кварка к другому, в результате кварки удерживаются вместе.

Система кварков включает кварки шести сортов (ароматов) (u , d , s , c , b , t), каждый из которых существует в трех цветовых разновидностях (желтой, синей и красной). Если учесть антикварки различных цветов, общее число кварков будет равно 36.

Кварковая идея оказалась плодотворной. Она позволила систематизировать уже известные частицы и предсказать целый ряд новых частиц. Гипотеза кварков объясняет многие свойства частиц и связывает между собой различные процессы.

Экспериментальные данные указывают на реальное существование кварков. Попытки же наблюдать кварки в свободном состоянии оказались безуспешными. Кварки могут существовать только внутри адронов и в принципе не могут наблюдаться в свободном состоянии. К кваркам применяют термин «конфайнмент» (от англ. *confinement* — «тюремное заключение»).

4.10. Квантовая хромодинамика (КХД)

Современный подход к построению теории основывается на двух фундаментальных разделах науки: теории относительности и квантовой механике. Современная формулировка теории взаимодействия кварков была дана М. Гелл-Манном и Г. Фритчем в 1972 г. Цвет кварка стал играть в сильных взаимодействиях ту же роль, что и электрический заряд в электромагнитных взаимодействиях. Кварки обладают цветовым зарядом, а переносчиками взаимодействия между кварками являются кванты цветового поля, восемь безмассовых частиц — *глюонов*. Эта теория напоминает электродинамику и получила название квантовой хромодинамики — динамики цвета.

Чтобы математически описать взаимодействие, вводят калибровочные поля и кванты этого поля. Например, закон сохранения электрического заряда приводит к необходимости введения калибровочного поля — электромагнитного поля и фотонов, реализующих взаимодействие зарядов. Гравитационное поле в общей теории относительности Эйнштейна — калибровочное поле, возникающее как следствие эквивалентности произвольных систем отсчета.

При взаимодействии системы элементарных частиц цвет как квантовое число сохраняется. Существует особая цветовая симметрия, лежащая в основе теории взаимодействия кварков. Предполагается, что эта симметрия локальная, и мы неизбежно должны ввести калибровочные поля и кванты этих полей — глюоны. Важное отличие глюонов от фотонов состоит в том, что глюоны сами обладают цветовым зарядом, тогда как фотон электрически нейтрален, поэтому глюоны взаимодействуют между собой и сами могут испускать и поглощать глюоны.

Цветовые силы совсем не похожи на электромагнитные. Когда два кварка или кварк и антикварк находятся близко друг от друга, то цветовые силы уменьшаются. Это свойство получило название асимптотической свободы (от греч. *asymptotos* — «несовпадающий»). Полагается, что на больших расстояниях силы взаимодействия удерживают кварки внутри адронов. Свободные кварки не наблюдались, несмотря на все попытки их обнаружить.

Трудности проведения расчетов до сих пор не привели к строгому решению проблемы конфайнмента. На больших расстояниях взаимодействие глюонов приводит к сильному притяжению кварков. По аналогии с силовыми линиями электрического поля можно представить

себе цветковые силовые линии безмассового глюонного поля, которые начинаются и оканчиваются на кварках. Однако в отличие от электромагнитного поля, глюон-глюонное взаимодействие сжимает цветковые силовые линии, придавая им форму трубки или струны. Эта конфигурация силовых линий соответствует на больших расстояниях потенциальной энергии взаимодействия $W(r) \sim r$ и силам, удерживающим кварки друг около друга. При столкновении адронов силовая трубка может разорваться, и в месте разрыва произойдет рождение пары кварк-антикварк. Образуются две новые струны.

Первое экспериментальное свидетельство в пользу КХД было получено в 1973–1978 гг. в результате анализа глубоко неупругого лептон-нуклонного рассеяния. При изучении процесса e^+e^- -аннигиляции в адроны были получены впечатляющие доказательства двустадийной реакции $e^+e^- \rightarrow \text{кварк-антикварк} \rightarrow \text{адроны}$.

Новая ядерная физика. Сейчас перед физиками стоит грандиозная проблема ответа на ряд фундаментальных вопросов на основе квантовой хромодинамики:

- в какой степени ядра могут быть описаны как системы из нуклонов?
- каково происхождение ядерных сил?
- какие явления могут происходить в сверхплотном ядерном веществе, представляющем кварк-глюонную хромоплазму?

Прямым способом изучения структуры ядра является неупругое рассеяние лептонов на ядрах. Анализ полного сечения реакции позволяет определить распределение кварков в ядре по импульсам. Эксперименты привели к выводу о существовании в ядре структур, содержащих шесть, девять, двенадцать и т. д. кварков — так называемых *кварковых мешков*. Существуют определенные указания на то, что нуклон в ядре разбухает — радиус конфайнмента в ядре на 10–20 % больше, чем в свободном нуклоне.

Изучение столкновений тяжелых ядер показало возможность кипения ядерной материи, сопровождающееся испусканием кластеров (легких ядер) и отдельных нуклонов. Высказано предположение, что при высокой плотности, но низкой температуре может существовать стабильное упорядоченное состояние ядерной материи, подобно тому, как при увеличении давления атомы углерода в графите перестраиваются в конфигурацию, соответствующую алмазу.

Если непрерывно подводить энергию к ядерной материи, то возможен переход частиц в адроны с наибольшей массой при постоян-

ной температуре. После этого температура системы снова будет возрастать. Если же «самых тяжелых» адронов не существует, то подвод энергии приведет к увеличению числа рождающихся адронов. В результате может осуществляться состояние с максимально возможной в природе температурой.

Основная задача теоретиков — получить уравнение состояния ядерной материи при плотности, в двадцать и более раз превышающей плотность в современном состоянии — $3 \cdot 10^{14}$ г/см³. В таких условиях вещество содержит кварки и глюоны, образуя хромоплазму (или квагму). Эта новая форма материи существовала в первые мгновения после Большого взрыва. При охлаждении хромоплазма в результате фазового перехода типа конденсации может перейти в адроны. При быстром охлаждении возможны эффекты, которые можно объяснить кратковременно существующей кварк-глюонной плазмой. Показано, что плазменная фаза может испускать «глобулы» — многокварковые капли, содержащие кварки трех первых поколений и странные частицы. Возможно образование необычных метастабильных объектов с большой странностью (*multistrange objects или memos*). Сейчас в ЦЕРНе планируются эксперименты по столкновениям ядер свинца на новом Большом адронном коллайдере LHC (*Large Hadron Collider*), размещенном в туннеле LEP, с энергиями более 12 000 ТэВ на нуклон. Эти эксперименты, моделирующие ранние стадии эволюции Вселенной, могут привести к открытию совершенно неизвестной области существования плазменной фазы ядерной материи и новых экзотических частиц.

4.11. Единая теория взаимодействий

.....

Первая успешная попытка объединения двух взаимодействий — электрического и магнитного — была осуществлена Д. Максвеллом в 1864 г.

А. Эйнштейн в течение многих лет пытался создать единую теорию гравитационных и электромагнитных взаимодействий. Его усилия не увенчались успехом. Идея Эйнштейна о единстве различных видов взаимодействий была частично реализована спустя 30 лет после его смерти.

Американский физик С. Вайнберг в 1967 г. и пакистанский физик А. Салам в 1968 г. независимо друг от друга показали, что электромагнитное и слабое взаимодействия можно рассматривать как проявление единого электрослабого взаимодействия. Они постулировали локальную изоспиновую симметрию, благодаря которой слабое взаимодействие между лептонами переносится четырьмя безмассовыми бозонами. Чтобы теория включала только одну безмассовую частицу, фотон, они ввели взаимодействие с новыми полями — носителями так называемых, хиггсовских бозонов нулевой массы. Для них вакуумное устойчивое состояние с наименьшей энергией не обладает симметрией исходного взаимодействия.

Спонтанное нарушение симметрии сопровождается возникновением смешанных состояний, которые можно сопоставить: фотону, одному хиггсовскому бозону и трем новым промежуточным векторным бозонам W^+ , W^- , Z^0 (переносчикам слабого взаимодействия). Нарушение симметрии приводит к тому, что безмассовые частицы приобретают массу. Из теории следовало, что масса W^\pm -бозонов равна 83 ГэВ, масса Z^0 -бозона — 93 ГэВ, масса бозона Хиггса — 1,27 ТэВ.

Ш. Глешоу из Гарвардского университета в 1970 г. модифицировал теорию электрослабых взаимодействий, включив в нее очарованные кварки. Объединение квантовой хромодинамики и теории Вайнберга — Салама — Глешоу получило название *стандартной модели*.

Теория электрослабого взаимодействия предсказала существование «нейтральных токов», не меняющих зарядов лептонов и кварков в реакциях, обусловленных Z^0 -бозоном, и новый тип взаимодействия между электронами и ядрами, не сохраняющий четность. Триумфом теории стало открытие W^+ -, W^- - и Z^0 -бозонов в сложнейших экспериментах, проведенных в 1983 г. на встречных протон-антипротонных пучках SPS (*Super Hroton Synchrotron*, ЦЕРН, энергия пучка 270 ГэВ). Бозоны рождались в следующих реакциях:

$$\begin{aligned}\tilde{p} + p &\rightarrow W^\pm + X, \quad W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e, \quad W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e, \\ \tilde{p} + p &\rightarrow Z^0 + Y, \quad Z^0 \rightarrow e^+ + e^-, \quad Z^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-, \end{aligned}$$

где X , Y — прочие частицы.

В 1989 г. две группы экспериментаторов на электрон-позитронном кольцевом коллайдере LEP (энергия пучка 50 ГэВ) получили Z^0 -бозон в реакции $e^- + e^+ = Z^0 + Y$ на встречных пучках. Время жизни этой части-

цы — около 10^{-25} с. Бозон проявил себя распадом на кварк-антикварк, которые образовали два ливня адронов. Сейчас энергия пучка LEP увеличена до значения 97 ГэВ, достаточного для наблюдения реакции

$$e^- + e^+ \rightarrow W^- + W^+.$$

Бета-распад происходит за счет слабого взаимодействия. В нем должен участвовать промежуточный бозон. В соответствии с этим распад нейтрона ($n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$) в действительности представляет собой двухступенчатый процесс:

$$n \rightarrow p + W^-, \text{ затем } W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e.$$

Таким образом, теория электрослабого взаимодействия получила экспериментальное подтверждение.

4 июля 2012 г. на семинаре в ЦЕРНе (Европейском центре ядерных исследований) было объявлено об открытии новой частицы, которая по своим свойствам соответствует теоретически предсказанному элементарному бозону Стандартной модели физики элементарных частиц. Его обычно называют бозоном Хиггса.

Модель большого объединения. При увеличении энергии взаимодействующих частиц интенсивность электрослабого взаимодействия растет, а сильного — убывает, поэтому реальный шаг на пути построения действительно единой теории связан с гипотезой о том, что при некоторой энергии E_m интенсивность всех трех взаимодействий будет одинакова. В разных моделях большого объединения предсказываются различные значения E_m . В большинстве моделей E_m очень велика, $E_m \approx 10^{14} - 10^{16}$ ГэВ.

Энергии E_m недостижимы в обозримом будущем, поэтому для экспериментальной проверки теории предстоит большая работа по вычислению наблюдаемых эффектов в низкоэнергетической области либо проверка космологических следствий. Одно из предсказаний теории — нарушение закона сохранения барионного заряда — представляет особенно большой интерес.

Распадается ли протон? В простейшем варианте новой теории 24 частицы порождают различные силы: фотон служит переносчиком электромагнитного взаимодействия; W^\pm , Z^0 — посредники слабых взаимодействий; восемь глюонов передают «хромодинамическое» взаимодействие и двенадцать очень массивных частиц — переносчи-

ков нового сверхслабого взаимодействия. Эти новые силы могут превращать кварки в лептоны, поэтому ведут к распаду протона — самому драматическому предсказанию теории. Наиболее вероятная реакция распада $p \rightarrow e^+ + \pi^0$. Время жизни протона $\tau_p \approx 5 \cdot 10^{31}$ лет (возраст Вселенной $\approx 10^{10}$ лет). Чтобы увидеть распад протона, не обязательно ждать так «долго». В веществе, содержащем $5 \cdot 10^{33}$ протонов, будет происходить 100 распадов в год. Распад протона можно зарегистрировать по черенковскому излучению позитрона. Полученные в ряде экспериментов результаты ($\tau_p > 10^{32}$ лет) не подтверждают простую модель теории. Другие схемы Великого объединения, предсказывающие большее время жизни протона, недоступны пока эксперименту.

В области энергий $E \ll E_m$ степень симметрии в организации материи понижается, а единое взаимодействие «разделяется» на сильное, слабое и электромагнитное. При достижимых сейчас энергиях стандартная модель является хорошим приближением. В соответствии с современными представлениями о происхождении Вселенной, энергии E_m были характерны в промежутке между 10^{-43} – 10^{-38} с после Большого взрыва. Несмотря на ничтожно малую величину этого промежутка времени, его влияние на последующую эволюцию Вселенной было огромным. Как оказалось, физика микромира дает ключ к пониманию процессов в космических масштабах.

Великое объединение — супергравитация. Несомненно, что при высоких энергиях должно произойти и объединение с гравитационным взаимодействием. Один из вариантов теории удалось реализовать благодаря тому, что два последовательных поворота в пространстве спинных состояний приводят к пространственно-временному смещению частицы. Возникает симметрия между частицами с различными спинами, которую называли суперсимметрией или Сюзи (*SuperSymmetry*). Постулируется, что у каждой обычной частицы имеется «суперпартнер» с аналогичными свойствами, за исключением спина.

Суперпартнеры фермионов имеют спин $J = 0$, их названия образуются из названий обычных частиц с помощью приставки «с-», например, электрон, кварки и лептоны имеют суперпартнеров — сэлектрон, скварки, слептоны. Суперпартнеры бозонов имеют спин $\frac{1}{2}$. Их названия получают добавлением суффикса «-ино» к корню обычной частицы, например, фотон — фотино, глюон — глюино, гравитон — гравитино и т. д.

4.12. Фундаментальные составляющие вещества

Все частицы образуют два класса — фермионы и бозоны. Фермионы — частицы, образующие вещество, а бозоны — частицы, переносчики взаимодействий. Среди фермионов можно выделить небольшое число фундаментальных элементарных частиц: только шесть кварков

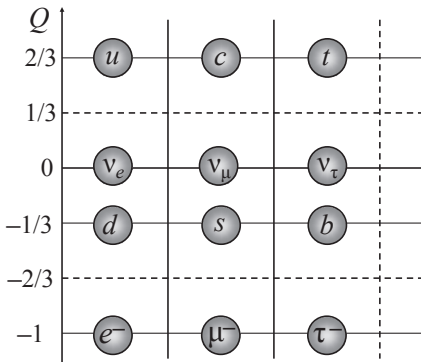


Рис. 4.7

и шесть лептонов. Кварки и лептоны группируются в симметричную схему (см. рис. 4.6).

Они образуют три поколения, каждое из которых состоит из четырех частиц — двух кварков и двух лептонов. Это дает 12 строительных блоков (или 24 — с античастицами). Переносчики фундаментальных взаимодействий — 8 глюонов, фотон и W^+ -, W^- -, Z^0 -частицы — это «раствор», который связывает строительные блоки друг с другом.

Бозоны и фермионы (исключая лептоны) состоят из кварков. Все обычное вещество состоит из частиц первого поколения: двух кварков, электрона и электронного нейтрино. Во второе входят два кварка, мюон и мюонное нейтрино, в третье — два кварка, тау-лептон и тау-нейтрино. Появление второго и третьего поколений вызвало сомнения в том, что все неразрешенные вопросы физики элементарных частиц можно объяснить существованием небольшого числа фундаментальных частиц. В то же время экспериментальные данные, полученные при изучении распадов Z^0 -бозонов, рожденных в электрон-позитронных столкновениях, подтвердили предсказания теории электрослабого взаимодействия. Анализ всех каналов распада позволил утверждать, что существуют только три типа нейтрино. Эти результаты согласуются с наблюдаемой распространенностью легких элементов во Вселенной, которое сильно зависит от отношения числа нейтронов к числу протонов в эпоху остывания Вселенной. Это отношение, в свою очередь, зависит от плотности энергии нейтрино каждого типа.

Много вопросов остается без ответа. Мы не можем ответить, почему никогда не наблюдалось превращение лептонов друг в друга, не можем предсказать массы частиц каждого поколения или объяснить их

существенное различие, не можем сказать, почему в нашей Галактике барионы преобладают над антибарионами ($>10^4$) и следует ли постулировать ненулевую массу нейтрино для объяснения дефицита солнечных нейтрино и т. д.

Сейчас никто не сомневается, что кварковая модель строения вещества оказалась необычайно успешной и войдет важной составной частью в будущую полную теорию элементарных частиц. В настоящее время физики ведут поиск экспериментальных данных, которые позволят проверить возможные следствия квантовой хромодинамики. Основная надежда связана с пуском ускорителей нового поколения. Развиваемая теория может стать решающим шагом в цепи открытий законов, объясняющих строение вещества и эволюцию Вселенной.

4.13. Основные понятия, формулы и законы

4.13.1. Полная энергия, импульс релятивистской частицы

- Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = m_0 c^2 + T.$$

- Импульс релятивистской частицы:

$$pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)},$$

где T — кинетическая энергия частицы; c — скорость света в вакууме; p — импульс частиц; m_0 — масса покоя частицы.

- Инвариантная величина при столкновении:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4,$$

где E и p — полная энергия и импульс системы до столкновения; m_0 — масса покоя образовавшейся частицы.

• Пороговая (минимальная) кинетическая энергия частицы m , налетающей на покоящуюся частицу M для возбуждения эндоэнергетической реакции: $m + M \rightarrow m_1 + m_2 + \dots$:

$$T_{\text{пор}} = \frac{(m_1 + m_2 + \dots)^2 - (m + M)^2}{2M} c^2,$$

где m , M , m_1 , m_2 , ... — массы покоя соответствующих частиц.

4.13.2. Квантовые числа элементарных частиц

- Квантовые числа, приписываемые элементарным частицам:

Q — электрический заряд,

L — лептонный заряд,

B — барионный заряд,

\vec{T} — изотопический спин,

T_z — проекция изотопического спина,

S — странность,

$$S = 2\langle Q \rangle - B,$$

Y — гиперзаряд,

$$Y = B + S, Y = 2\langle Q \rangle.$$

- Связь между квантовыми числами сильно взаимодействующих частиц:

$$Q = T_z + \frac{Y}{2} = T_z + \frac{B + S}{2}.$$

- При взаимодействии частиц выполняются законы сохранения Q , L и B зарядов.

- В сильных взаимодействиях выполняются законы сохранения зарядов Q , L и B , странности S (или Y) изотопического спина \vec{T} и его проекции T_z .

4.14. Алгоритм решения задач

1. Установить, какая это частица: релятивистская или классическая.
2. Выяснить, какие законы сохранения выполняются в процессе, заданном условиями задачи.
3. Написать уравнение реакции или распада.
4. Выписать соответствующие формулы.
5. Полученную систему уравнений или уравнение решить относительно искомой величины.

4.15. Примеры решения задач

.....

Пример 4.2. Найти наибольшую скорость позитрона, который рождается при радиоактивном распаде свободного покоящегося антинейтрона.

Дано:

Покоящийся
антинейтрон

$v = ?$

Решение

1. В основе решения данной задачи лежит закон сохранения полной энергии.

2. Полная максимальная энергия возникшего позитрона равна разности энергий покоя антинейтрона и антипротона:

$$E_{e^+} = E_{\bar{n}} - E_{\bar{p}}. \quad (4.7)$$

3. Энергия позитрона:

$$E_{e^+} = \frac{m_{e^+} c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (4.8)$$

где m_{e^+} — масса покоя позитрона; v — скорость позитрона; c — скорость света.

4. Энергия покоя антинейтрона:

$$E_{\bar{n}} = m_{\bar{n}} c^2. \quad (4.9)$$

5. Энергия покоя антипротона:

$$E_{\bar{p}} = m_{\bar{p}} c^2. \quad (4.10)$$

6. Объединим формулы (4.7)—(4.10):

$$\frac{m_{e^+} c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = (m_{\bar{n}} - m_{\bar{p}}) c^2. \quad (4.11)$$

7. Найдем решение в общем виде. Для этого решим уравнение (4.11) относительно скорости позитрона:

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_e}{m_n - m_p} \right)^2}. \quad (4.12)$$

8. Подставим табличные значения масс частиц в (4.12) и найдем скорость позитрона:

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_e}{m_n - m_p} \right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{939,57 - 938,28} \right)^2} = 0,92 c.$$

Ответ: Скорость позитрона составляет 92 % скорости света в вакууме.

Пример 4.3. Какие законы сохранения нарушились бы в ходе распада свободного протона по схеме $p \rightarrow n + e^-$?

Дано:

протон — p ,
нейтрон — n ,
электрон — e^- .

Определить:

какие законы
сохранения
выполняются?

Решение

1. В указанной схеме распада участвуют барионы (протон и нейтрон) и лептон (электрон).

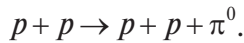
2. Необходимо проверить законы сохранения квантовых чисел и свойств частиц, а также фундаментальный закон сохранения энергии:

- Закон сохранения барионного заряда выполняется, так как слева барионный заряд протона равен (+1), справа барионный заряд нейтрона равен (+1), барионный заряд электрона равен (0). Напишем сказанное в виде соотношения: $(+1) = (+1) + (0)$.
- Аналогично рассуждая, проверим закон сохранения лептонного заряда: $(0) \neq (0) + (+1)$. Этот закон не выполняется.

- Закон сохранения электрического заряда. Слева — положительный элементарный заряд протона. Справа — только отрицательный элементарный заряд электрона (нейтрон не имеет электрического заряда). $(+1) \neq (0) + (-1)$. Закон сохранения электрического заряда не выполняется.
- Закон сохранения момента импульса. Каждая из элементарных частиц имеет спин равный $\frac{1}{2}$. Подсчитаем для данной схемы распада спин слева и справа в реакции: $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Закон не выполняется.
- Закон сохранения энергии. Энергия частиц пропорциональна их массам. Известно, что масса нейтрона на 2,5 массы электрона больше массы протона. Учитывая это, запишем соотношение: $m_p \neq (m_p + 2,5 m_e) + m_e$. Закон сохранения энергии не выполняется.

Ответ: Законы сохранения энергии, момента импульса, электрического и лептонного зарядов не выполняются.

Пример 4.4. Протоны с кинетической энергией T налетают на неподвижную водородную мишень. Найти пороговое значение кинетической энергии $T_{\text{пор}}$ для реакции



Дано:
Схема
реакции

$T_{\text{пор}} = ?$

Решение

1. В данной реакции первичными частицами являются два протона, конечными — два протона и мезон.

2. Пороговую энергию для такой реакции следует искать по формуле

$$T_{\text{пор}} = \frac{(m_p + m_p + m_\pi)^2 - (m_p + m_p)^2}{2m_p} c^2,$$

где m_p и m_π — соответственно массы покоящегося протона и π^0 -мезона.

3. Учтем массы взаимодействующих и возникших в результате реакции частиц и получим решение в общем виде:

$$T_{\text{пор}} = \frac{(4m_p + m_\pi)}{2m_p} m_\pi c^2.$$

4. Вычислим пороговую энергию. Воспользуемся внесистемными единицами:

$$T_{\text{пор}} = 931,4 \frac{(4 \cdot 1,007276 + 0,14489)}{2 \cdot 1,007276} 0,14489 = 0,2798 \text{ ГэВ}.$$

Ответ: $T_{\text{пор}} = 0,2798 \text{ ГэВ}$.

Пример 4.5. Два протона с энергией $E = 50 \text{ ГэВ}$ каждый движутся в системе K навстречу друг другу и претерпевают лобовое соударение. Рассмотреть этот процесс в системе K' , в которой один из протонов неподвижен; определить энергию E' другого протона (энергия покоя протона $E_0 = 0,938 \text{ ГэВ}$). Какой вывод можно сделать из полученного результата?

Дано:

$$E = 50 \text{ ГэВ},$$

$$E_0 = 0,938 \text{ ГэВ}.$$

1. $E' = ?$

2. Сделать анализ решения.

Решение

1. В системе K протоны движутся с одинаковыми по модулю скоростями v . Для того чтобы первый протон покоился в системе K' , эта система должна двигаться относительно системы K со скоростью $V = v$. Следовательно,

$$V = v. \quad (4.13)$$

2. В системе K энергия второго протона равна

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{x}, \quad (4.14)$$

где m — масса; E_0 — энергия покоя протона.

Введем обозначение:

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = x^2,$$

откуда найдем

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - x^2. \quad (4.15)$$

3. Проекция скорости второго протона на ось x системы K

$$v_x = -v. \quad (4.16)$$

4. Для нахождения проекции скорости второго протона на ось x' системы K' воспользуемся формулой преобразования скоростей:

$$v'_{x'} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}. \quad (4.17)$$

5. С учетом (4.13) и (4.16) получается соотношение

$$-v' = \frac{-v - v}{1 - \frac{v(-v)}{c^2}} = \frac{-2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}},$$

откуда

$$\frac{v'}{c} = \frac{2\frac{v}{c}}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{2-x^2}$$

(мы воспользовались соотношением (4.15)). В соответствии с формулой (4.17)

$$1 - \frac{(v')^2}{c^2} = \left(\frac{x^2}{2-x^2}\right)^2. \quad (4.18)$$

6. Подставив в формулу

$$E' = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{(v')^2}{c^2}}}$$

значение (4.18) для $1 - \frac{(v')^2}{c^2}$, придем к выражению

$$E' = \frac{E_0(2-x^2)}{x^2}. \quad (4.19)$$

7. Взяв отношение выражений (4.19) и (4.14), найдем, что

$$E' = E \frac{2 - x^2}{x}.$$

8. Выразив согласно (4.14) x через отношение E_0/E , получим ответ:

$$E' = E \frac{2 - (E_0/E)^2}{E_0/E} = \frac{2E^2}{E_0} - E_0.$$

9. Подстановка числовых значений:

$$E' = \frac{2 \cdot 50^2}{0,938} - 0,938 = 53 \cdot 10^2 \text{ ГэВ}.$$

Ответ: столкновение двух встречных пучков протонов, ускоренных до энергии 50 ГэВ, эквивалентно бомбардировке мишени из неподвижных протонов пучком протонов, ускоренных до энергии 5300 ГэВ.



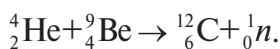
5.1. Атомное ядро

5.1.1. Состав атомного ядра

Английский ученый Э. Резерфорд в 1919 г. наблюдал первую *ядерную реакцию*. При облучении ядер азота α -частицами он наблюдал образование ядер кислорода и водорода. Ядро водорода Резерфорд предложил назвать *протоном* (от греч. *protos* — «первый»). В современных обозначениях эта реакция записывается в виде



При облучении бериллия α -частицами Ирен Жолио-Кюри и Фредерик Жолио-Кюри (1932 г.) обнаружили излучение, обладающее поразительным свойством выбивать протоны из парафина, вещества, содержащего водород. Сущность явления объяснил физик Дж. Чедвик, доказавший, что в этой реакции образуются углерод и нейтральная частица с массой протона:



Ее назвали *нейтрон* (от лат. *neutron* — «ни то, ни другое»). Открытие нейтрона считается началом современной ядерной физики, включающей в себя *нейтронную* физику с ее уникальными методами исследования жидкостей и твердых тел. В 1932 г. никто не предвидел уникальных возможностей нейтронной физики для науки и техники, а также последствий, угрожающих существованию человечества. Открытие нейтрона воспринималось как событие первостепенного значения — впервые в природе встретилась частица, не имеющая электрического

заряда. Нейтроны играют ключевую роль в ядерной энергетике, химическом анализе, геологической разведке и т. д.

В 1932 г. советский физик-теоретик Д. Д. Иваненко предположил, что нейтрон — элементарная частица. В этом же году немецкий физик Г. Гейзенберг и Д. Д. Иваненко предложили протон-нейтронную модель ядра атома.

Ядро состоит из N нейтронов и Z протонов. Общее число нуклонов (от лат. *nucleus* — «ядро»), то есть протонов и нейтронов, называют *массовым числом* $A = Z + N$.

Принято обозначение, отражающее состав ядра

$A_ZX,$

где X — символ элемента, A — массовое число, Z — атомный номер в таблице Менделеева.

Любое ядро имеет изотопы — ядра одного и того же элемента, различающиеся массовым числом (A). Ядра изотопов содержат одинаковое число протонов (Z). Изотопы водорода: ${}^2_1\text{H}$ — дейтерий, ${}^3_1\text{H}$ — тритий.

Антиядра и ативещество. Английский физик Поль Дирак (1928 г.) установил, что электрон должен иметь «двойника» — античастицу, имеющую ту же массу, но противоположный электрический заряд. Античастица электрона носит название — *позитрон* (от лат. *positivus* — «положительный»). Позднее теоретики доказали, что у любой элементарной частицы должен быть «двойник» — античастица.

К. Андерсен обнаружил позитрон в космических лучах (1932 г.). Это открытие имеет фундаментальное значение, поскольку позитрон не принадлежит «обычному» земному веществу. В 1933 г. наблюдали *аннигиляцию* (от лат. *annihilatio* — «исчезновение») электрон-позитронной пары — реакцию превращения пары в несколько γ -квантов.

Антипротон открыли в 1955 г., антинейтрон — в 1956 г. В 1965 г. получили первое антиядро (антидейтрон) — связанное состояние антипротона и антинейтрона.

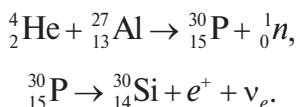
5.1.2. Открытие радиоактивных элементов

Французский ученый А. Беккерель в 1896 г. открыл радиоактивность солей урана. Мария и Пьер Кюри в 1897 г. обнаружили, что при растворении урановой руды и последующем осаждении фильтрат и осадок радиоактивны. Они предположили, что в руде содержатся два новых элемента — *полоний* и *радий* (от лат. *radius* — «луч»), а само явление — *радиоактивностью*. Марии Кюри в течение четырех лет удалось из 8 тонн руды выделить 0,1 г соли RaCl_2 .

Английский ученый Э. Резерфорд в 1899 г. обнаружил наличие двух компонентов излучения урана: β -лучи, представляющие собой электроны (1902 г.), и α -лучи — дважды ионизированные атомы гелия (1909 г.). Третий компонент излучения, γ -лучи, был открыт П. Вилларом в 1900 г.

В 1903 г. ученые доказали, что все случаи радиоактивного распада сводятся к образованию одного элемента из другого. В 1913 г. было установлено, что заряд ядра равен атомному номеру элемента в таблице Менделеева.

Супруги Жолио-Кюри установили, что алюминиевая фольга в окошке, через которую пропускали α -частицы, становилась радиоактивной, испуская не только нейтроны, но и позитроны. Они выяснили, что нейтронно-позитронный распад протекает по двухступенчатой схеме:



Позитроны возникали при распаде нового нестабильного элемента — радиоактивного фосфора ${}^{30}_{15}\text{P}$, период полураспада которого 2,5 мин. За эту научную работу супругам Жолио-Кюри в 1935 г. была присуждена Нобелевская премия. Так была открыта *искусственная радиоактивность*. Из 2000 радиоактивных изотопов лишь около 300 имеют природное происхождение, остальные получены в результате ядерных реакций.

5.1.3. Закон радиоактивного распада

Любое ядро нестабильно и с определенной вероятностью распадается. Стабильность ядра характеризуется величиной называемой *постоянной радиоактивного распада* (λ). Постоянная радиоактивного распада, равна вероятности распада ядра в единицу времени. Она не зависит от времени, то есть вероятность распада одинакова как для ядра, «прожившего» год, так и для ядра, «прожившего» десять лет.

Скорость распада характеризуется *периодом полураспада* $T_{1/2}$ — промежутком времени, за который число радиоактивных ядер уменьшается в два раза.

Период полураспада и постоянная радиоактивного распада связаны между собой соотношением

$$T_{1/2} \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Закон радиоактивного распада имеет вид

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Число ядер уменьшается по закону геометрической прогрессии.

Среднее время жизни τ радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Вековое равновесие. Все химические элементы на Земле образовались практически одновременно. Возраст наиболее старых пород оценивается в 4,6 млрд лет (или $1,5 \cdot 10^{17}$ с).

Оценим период полураспада радиоактивного элемента, «дожившего» до наших дней. Изотоп считается практически исчезнувшим, если с момента его рождения прошло десять периодов полураспада (число ядер уменьшается в $2^{10} = 1024$ раз). Следовательно, период полураспада должен быть не менее $4,5 \cdot 10^8$ лет. Исходя из этого, первичными являются три самых долгоживущих элемента:

торий ${}^{232}_{90}\text{Th}$ ($T_{1/2} = 1,39 \cdot 10^{10}$ лет);

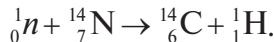
уран ${}^{238}_{92}\text{U}$ ($T_{1/2} = 4,51 \cdot 10^9$ лет);

уран ${}^{235}_{92}\text{U}$ ($T_{1/2} = 7,10 \cdot 10^8$ лет).

Изотоп радия ${}^{226}_{86}\text{Ra}$, имеющий период полураспада $T_{1/2} = 1622$ года, образуется как промежуточный продукт распада урана ${}^{238}_{92}\text{U}$. Вначале количество ядер радия растет, несмотря на их убыль за счет распада. Затем наступает динамическое равновесие, при котором скорость образования ядер радия равна скорости их распада. В результате относительное содержание радия не меняется — в одной тонне урана содержится 0,36 г радия.

Острова стабильности. Ученых давно интересовало, почему в природе не встречаются трансурановые элементы, то есть элементы с атомным номером $Z > 92$. Поскольку время жизни известных нам трансурановых элементов убывает с увеличением Z , то все они к настоящему времени распались. Теоретики предсказывают существование «островов стабильности» в области неизвестных элементов ${}^{298}_{114}\text{X}$ и ${}^{304}_{140}\text{Y}$. Писки этих элементов не привели к успеху, поэтому физики пытаются получить их искусственно в результате столкновения ускоренных тяжелых ионов.

Радиоуглеродный метод датировки. Космические лучи, попадающие на Землю, состоят на 90 % из протонов. Сталкиваясь с атомами в атмосфере Земли, протоны разбивают ядра и выбивают из них вторичные протоны и нейтроны, которые вступают в новые реакции. Поскольку атмосфера Земли содержит 79 % азота, то наибольший интерес представляет реакция



Углерод-14 β -радиоактивен и распадается с периодом полураспада $T_{1/2} = 5730$ лет. Изотопы углерода соединяются с кислородом и в виде углекислого газа усваиваются растениями и живыми организмами. В результате в любом биологическом объекте устанавливается равновесная концентрация изотопа ${}^{14}_6\text{C}$. В одном грамме углерода органического происхождения содержится 70 млрд атомов углерода-14. Каждую минуту 15 из них распадаются. Однако с момента гибели живого организма число атомов ${}^{14}_6\text{C}$ уменьшается в соответствии с законом радиоактивного распада. Измеряя скорость распада, можно определить возраст любой археологической находки. За это открытие американский физик У. Либби в 1960 г. был удостоен Нобелевской премии.

5.1.4. Ядерные реакции

Итальянский физик Энрико Ферми в марте 1934 г. первым пришел к выводу, что можно получать новые элементы в реакциях захвата нейтронов ядрами. К лету он облучил нейтронами 60 элементов и получил 40 радиоактивных продуктов.

22 октября 1934 г. Э. Ферми обнаружил необычный эффект — рост радиоактивности образца, если между ним и источником нейтронов помещен кусок парафина. Как выяснилось, процесс захвата нейтрона ядром сильно зависит от энергии нейтрона. Максимальная вероятность захвата нейтрона ядром наблюдается для медленных нейтронов. Нейтроны, попадая в кусок парафина, замедлялись, и их большая часть захватывалась ядрами, увеличивая число радиоактивных ядер.

Возникла идея получить несуществующие в природе трансурановые элементы, облучая нейтронами ядра последнего в таблице Менделеева урана ${}_{92}^{238}\text{U}$. Ферми полагал, что ядро урана, захватив нейтрон, станет β^- -радиоактивным и после испускания электрона превратится в ядро элемента с порядковым номером 93. Началась упорная четырехлетняя погоня за трансурановыми элементами, которая привела к открытию деления ядра урана.

Группа ученых в составе О. Ган, Л. Мейтнер и Ф. Штрассман в течение четырех лет исследовали продукты реакции урана с нейтронами. К концу 1938 г. О. Ган и Ф. Штрассман обнаружили вещество, химические свойства которого соответствовали бария. Ученые не решались отождествить его с барием, поскольку это противоречило бы прежним представлениям (деление ядра равносильно тому, что валун раскалывается от легкого удара маленьким камушком).

Теоретические исследования, проведенные Л. Мейтнер и английским физиком О. Фришем в начале января 1939 г. подтвердили возможность деления ядер урана на барий ($Z = 56$) и криптон ($Z = 36$). Энергия осколков составляла около 200 МэВ. В конце января Э. Ферми предположил, что при делении должно испускаться несколько нейтронов, которые могут вызвать последующие деления, то есть в уране возможна цепная реакция.

5.1.5. Закон сохранения энергии в ядерных реакциях

Пусть ядро ${}_Z^A\text{G}$ представляет систему связанных ядер X и Y с массовыми числами A_1, A_2 и атомными номерами Z_1, Z_2 . Определим массу ядра G как массу взаимодействующих тел:

$$M(Z, A) = M(Z_1, A_1) + M(Z_2, A_2) + \frac{W}{c^2}.$$

Из данного уравнения найдем энергетический выход реакции деления

$$W = E_{\text{CB}}(Z, A) - E_{\text{CB}}(Z_1, A_1) - E_{\text{CB}}(Z_2, A_2).$$

Пригодность реакций для ядерной энергетики вытекает из зависимости энергии связи, приходящейся на один нуклон (удельной энергии связи): $\varepsilon = E_{\text{CB}}(Z, A)/A$.

С увеличением массового числа A функция ε быстро растет, достигая максимума при $A \approx 56$ (область ядер железа), а затем с увеличением A функция ε почти линейно спадает. Такая зависимость удельной энергии связи объясняет выделение энергии при *слиянии* легких ядер и *распаде* тяжелых ядер.

Ядро G устойчиво по отношению к распаду на ядра X и Y , если $W < 0$. Ядро, масса которого больше суммы масс ядер X и Y , неустойчиво и распадается. Внутриядерная энергия $W_p = -W > 0$ перейдет в кинетическую энергию движения осколков X и Y .

Для тяжелых ядер с $Z > 82$ выполняется условие $W < 0$. Например, изотоп урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ самопроизвольно распадается с полупериодом $7 \cdot 10^8$ лет. Кроме того, данный изотоп обладает уникальным свойством — он расщепляется при поглощении нейтрона. В каждом акте деления рождаются в среднем 2,42 нейтрона, которые вызывают последующие акты деления. Возникает самоподдерживающийся процесс — *цепная ядерная реакция*.

Деление ядра сопровождается выделением очень большой энергии, равной ~ 200 МэВ. При делении $m = 1$ кг урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ выделяется энергия, равная $\frac{mN_A}{M} W_p = 8,19 \cdot 10^{13}$ Дж. Ядерная энергия приблизительно в миллион раз больше удельной теплотой сгорания нефти, равной $4,3 \cdot 10^7$ Дж/кг.

5.1.6. Деление тяжелых ядер

Утилизация кинетической энергии осколков деления — основа использования атомной энергии.

Поскольку при делении урана-235 рождается $\sim 2,42$ вторичных нейтронов с энергией порядка 2 МэВ, возникла перспектива создания цепной реакции, в которой один *посторонний* нейтрон вызовет деление всей массы урана. Цепная реакция возможна лишь в том случае, если *коэффициент размножения k* , равный числу вторичных нейтронов деления на один нейтрон, поглощенный в массе урана, станет больше единицы. Для вычисления коэффициента размножения необходимо знать основные характеристики столкновений нейтронов с ядрами урана — *поперечные сечения процессов*, пропорциональные вероятности перехода начального состояния нейтрона и ядра в одно из конечных состояний.

Для быстрых нейтронов с энергиями 1 МэВ и выше сечение деления урана-235 в десять раз превышает сечение захвата ядрами урана-238. В природном уране содержится только 0,72 % изотопа ${}^{235}_{92}\text{U}$ (на одно ядро ${}^{235}_{92}\text{U}$ приходится 138 ядер ${}^{238}_{92}\text{U}$). По этой причине коэффициент размножения меньше единицы ($k = 0,64$), поэтому в естественной смеси изотопов цепная реакция не идет. Для поддержания реакции на *быстрых нейтронах* необходимо обогатить природный уран изотопом ${}^{235}_{92}\text{U}$.

Управление реактором. Для реализации цепной реакции в ограниченной среде необходимо, чтобы эффективный коэффициент размножения нейтронов удовлетворял условию $k_{\text{эф}} \geq 1$. Значение $k_{\text{эф}} = 1$ называют критическим. Состояние реактора характеризуют *реактивностью* — величиной $\rho = (k_{\text{эф}} - 1)/k_{\text{эф}}$. Избытком урана сверх критической массы создается запас реактивности, который используется при выводе реактора на заданную мощность. В стационарном режиме реактивность уменьшается из-за выгорания ядерного топлива и накопления продуктов деления.

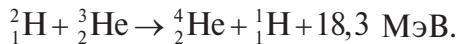
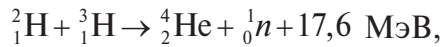
Условия безопасной работы реактора обеспечиваются системой управления и защиты. Один из элементов управления — поглощающие нейтроны стержни, содержащие *бор* или *кадмий*. Величина $k_{\text{эф}}$ регулируется глубиной погружения стержней в реактор. Время жизни мгновенных нейтронов $\sim 10^{-3}$ с. Если бы выпускались только мгновенные

нейтроны, то при реактивности $\rho = 0,0025$ мощность реактора возросла бы за 1 с в 100 раз. Управление реактором возможно благодаря запаздывающим нейтронам, возникающим при распаде осколков деления. Они составляют 0,64 % всех нейтронов, образующихся при делении урана-235, и запаздывают в среднем на 12,4 с после образования мгновенных нейтронов. Время жизни поколения всех нейтронов возрастает до величины $\sim 0,08$ с. Это время позволяет сохранить режим управления реактором. При значении $\rho = 0,0025$ мощность за 1 с возрастает только на 3,1 %. При такой скорости нарастания мощности реактор легко поддается автоматическому управлению.

Во Франции ядерная энергетика дает 73 % всей используемой энергии, в Японии — 24 %, в США — 22 %, в России — 13 %. В настоящее время разработаны полностью безопасные реакторы с пассивной защитой. Любая неисправность автоматически приводит к остановке реакции.

5.1.7. Синтез легких ядер

Если $W > 0$, то распад ядра G энергетически запрещен. Однако в обратном процессе — слиянии ядер X и Y — энергия исходной системы должна уменьшиться на величину W. В результате продукты синтеза приобретают кинетическую энергию W. Наибольший интерес представляют реакции:

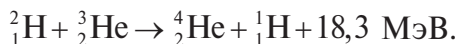


Высвобождающаяся энергия, отнесенная к одному нуклону дейтерия, значительно превосходит энергетический выход на один нуклон делящегося изотопа урана-235.

Прямой метод осуществления реакций синтеза — нагрев смеси изотопов в состоянии плазмы до температур, при которых кинетическая энергия ядер достаточна для сближения на расстояние $r \sim 5 \cdot 10^{-15}$ м: $W_K \sim ke^2/r = 30$ кэВ. Поэтому реакции остаются энергетически выгодными. Температура, при которой интенсивно протекает реакция, $T \sim W_K/k_B$, ($k_B = 8,61 \cdot 10^{-5}$ эВ/К) чрезвычайно высока — $T \sim 10^8$ К.

Реакция синтеза на тритии имеет два существенных недостатка. Тритий радиоактивен ($T_{1/2} = 12,26$ лет) и в природе не встречается. Нейтроны уносят 80 % энергии и покидают активную зону реактора, не участвуя в нагревании плазмы.

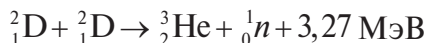
В настоящее время обсуждается проблема реализации более безопасной реакции на гелии-3:



Магнитное удержание. В 1950 г. советские физики А. Д. Сахаров и И. Е. Тамм предложили использовать термоядерный реактор, получивший название *токамак* (тороидальная камера с магнитными катушками). Плазму, полученную в камере, имеющей форму тора или бублика, удерживают двумя системами электромагнитов. Магниты центрального трансформатора используются для возбуждения тока и нагревания плазмы.

Инерционное удержание. Термоядерное топливо сосредоточено в небольшом объеме и быстро нагревается за время меньшее, чем время разлета частиц. Нагрев может осуществляться пучком лазерного излучения или пучком частиц от ускорителя. Перспективной считается мишень в виде шарика из пластика, внутри которого находятся жидкий дейтерий и тритий. При облучении 10 или 20 мишеней симметрично расположенными лазерами оболочка сжимается и начинается горение смеси. Если 10 таких мишеней будут воспламеняться каждую секунду, то мощность реактора достигнет 1000 МВт. В этих предварительных расчетах предполагается, что энергия импульса $\sim 1,5$ МДж сообщается лазером мощностью $3 \cdot 10^{14}$ Вт в течение 5–10 нс.

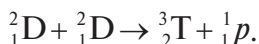
Холодный ядерный синтез. Американские ученые М. Флейшман и С. Понс в марте 1989 г. осуществили слияние ионов дейтерия при электролизе тяжелой воды D_2O . Реакция протекала при комнатной температуре (холодный синтез), сопровождающийся экзотермической реакцией:



и излучением γ -кванта в процессе:



Дополнительно накапливался тритий предположительно по схеме



Ученые использовали катод из палладия — металла, обладающего высокой способностью к растворению водорода и его изотопов — и предполагали, что при аномально больших концентрациях дейтерия,

внедряемого в палладий, начинаются реакции синтеза. Кажущаяся простота эксперимента привела к «всеобщей погоне за холодным синтезом». В большинстве экспериментальных работ ожидаемый эффект (реакция синтеза) не обнаружен. К началу 1990 г. было опубликовано более 100 теоретических работ. Основная задача — анализ механизма реализации «низкотемпературного» сближения ядер дейтерия на расстояния $\sim 10^{-15} - 10^{-14}$ м, поскольку при поглощении дейтерия ядра палладия, отстоящие друг от друга на 0,389 нм, расходятся до 0,4025 нм.

Общий вывод: в кристаллической решетке невозможно сближение ядер на расстояния, значительно меньшие, чем в молекуле дейтерия $a = 0,074$ нм.

5.1.8. Радиационная экология. Воздействие излучений на вещество

Опасная перспектива подвергаться воздействию невидимой, но всепроникающей радиации вызывает тревогу населения.

К радиации или излучению относят: электромагнитное излучение, γ -излучение, α -, β -излучения, потоки нейтронов и протонов. Все излучения приводят к ионизации молекул живой ткани, разрыву хромосом и увеличению числа мутаций, разрушают иммунную систему и сопровождаются необратимыми нарушениями жизненно важных систем организма.

Суммарный эффект воздействия излучений на живую ткань имеет окислительный характер. В результате облучения в тканях образуются свободные радикалы, имеющие неспаренный электрон. Они легко вступают в реакции и образуют перекиси, инициируя каскад разрушительных реакций, подавляющих действие ферментов.

5.1.9. Единицы измерения излучений

Степень облучения связана с энергией, переданной живой ткани. Единица поглощенной дозы D в СИ называется *грэй* (Гр): $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$. Значение дозы, от которой в течение 30 суток погибает 50 % живых существ, принято обозначать $LD_{50}(30)$. Для человека эта величина равна 3 Гр, для обезьян — 5,5 Гр, для золотых рыбок — 20 Гр.

Биологическая эффективность воздействия поглощенной дозы характеризуется *эквивалентной дозой* (ЭД), равной произведению поглощенной дозы D на коэффициент качества, зависящий от типа излучения и характера ткани. Единица ЭД — *зиверт* (Зв). Предельно допустимая средняя индивидуальная ЭД равна 350 мЗв: максимальное годовое облучение не должно превышать 5 мЗв, а мощность дозы — 0,6 мкЗв/ч. Природный радиационный фон $\sim 0,28$ мЗв/год. Внесистемная единица — *бэр*: 1 Зв = 100 бэр.

Другая единица — *рентген* — связана с оценкой числа образующихся ионов. При поглощении в биологической ткани 1 бэр = 1 рентген. Естественный радиационный фон на территории России составляет от 4 до 25 мкр в час. Доза, получаемая при рентгеновском обследовании, — от 10 мр до 3000 мр. Уровень облучения электромагнитным излучением в диапазоне длин волн 1–10 см не должен превышать 0,1 Вт/м².

5.1.10 Основные понятия, формулы законы в разделе «Атомное ядро»

- Период полураспада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

- Среднее время жизни:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

- Закон радиоактивного распада имеет вид

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

- Состояние реактора характеризуют реактивностью:

$$\rho = (k_{\text{эф}} - 1)/k_{\text{эф}}$$

- Масса взаимодействующих частиц (составного ядра):

$$M(Z, A) = M(Z_1, A_1) + M(Z_2, A_2) + \frac{W}{c^2}.$$

- Энергетический выход реакции деления:

$$W = E_{\text{CB}}(Z, A) - E_{\text{CB}}(Z_1, A_1) - E_{\text{CB}}(Z_2, A_2).$$

5.1.11. Алгоритм решения задач в разделе «Атомное ядро»

1. Установить, какую модель ядра можно применить в данной задаче.
2. Написать уравнение ядерной реакции.
3. Записать соответствующий закон для решения задачи:
 - закон сохранения массового числа;
 - закон сохранения электрического заряда;
 - закон радиоактивного распада;
 - энергетический выход реакции.
4. Решить задачу в общем виде.
5. Сделать подстановку.
6. Провести соответствующие вычисления.
7. Записать ответ.

5.1.12. Примеры решения задач в разделе «Атомное ядро»

Пример 5.1. В процессе естественной радиоактивности изотоп радия ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ превращается в стабильный изотоп свинца ${}_{82}^{206}\text{Pb}$. Найдите число α -распадов k_1 и число β^- -распадов k_2 .

Дано:

Исходное ядро радий ${}_{88}^{226}\text{Ra}$

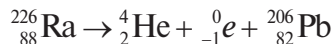
Конечное ядро свинец ${}_{82}^{206}\text{Pb}$

Ядро испытывает α - и β^- -распады.

$k_1 = ?$ и $k_2 = ?$

Решение

1. Напишем ядерную реакцию превращения радия в свинец, учитывая два закона сохранения: массового числа и электрического заряда.



2. Запишем закон сохранения массового числа, полагая в нем массовое число α -частицы равным четырем, а электрона равным нулю.

$$226 = 4k_1 + 0k_2 + 206.$$

3. По закону сохранения электрического заряда, учитывая, что заряд α -частицы равен $+2$, а электрона -1 , получим второе уравнение:

$$88 = 2k_1 - k_2 + 82.$$

4. Имеем систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 226 = 4k_1 + 0k_2 + 206 \\ 88 = 2k_1 - 1k_2 + 82. \end{cases}$$

5. Решив систему уравнений, найдем, что $k_1 = 5$, $k_2 = 4$.

6. Ядро радия, превращаясь в ядро свинца, претерпевает пять α - и четыре β^- -распада.

Ответ: $k_1 = 5$, $k_2 = 4$.

Пример 5.2. При поглощении нейтрона ядро урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ расщепляется примерно по 30 различным каналам. Оцените величину кинетической энергии осколков при крайне редком делении тяжелого ядра на два одинаковых осколка.

Дано:

Ядро урана ${}^{235}_{92}\text{U}$

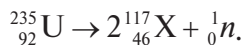
Ядро делится

на два равных осколка

$W_p = ?$

Решение

1. Напишем реакцию деления ядра урана, учитывая закон сохранения: массового числа и электрического заряда.



2. Из таблицы выпишем удельную энергию связи ε как исходного ядра урана, так и ядер, рожденных при делении:

- $\varepsilon_{\text{U}} = 7,6$ МэВ/нукл;
- $\varepsilon_{\text{X}} = 8,45$ МэВ/нукл.

3. Найдем энергию связи каждого ядра по формуле

$$E_{\text{CB}} = \varepsilon A.$$

- $E_{CB}(U) = 235 \cdot 7,8 = 1786 \text{ МэВ}$;
- $E_{CB}(X) = 117 \cdot 8,45 = 988,65 \text{ МэВ}$

4. Кинетическая энергия осколков равна энергии, выделяемой при делении, взятой с противоположным знаком:

$$W_p = -W = -[E_{CB}(U) - 2E_{CB}(X)].$$

5. Сделаем подстановку:

$$W_p = -[1786 - 2 \cdot 988,65] = 191,3 \text{ МэВ}.$$

6. При делении ядра урана на два равных осколка выделяется энергия, равная 191,3 МэВ.

Ответ: $W_p = 191,3 \text{ МэВ}$.

5.2. Состав и характеристики атомного ядра

5.2.1. Состав атомного ядра

Ядро любого атома состоит из двух типов элементарных частиц: протонов и нейтронов, которые имеют общее название *нуклоны*.

В физике элементарных частиц принято выражать массы в единицах энергии (умножив ее на квадрат скорости света в вакууме c^2). Масса частицы, равная 1 МэВ, эквивалентна массе, равной $1,78 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$.

Протон (p) — ядро атома водорода.

- Электрический заряд — положительный элементарный $+e$.
- Масса протона $m_p = 938 \text{ МэВ}$.

Для сравнения, масса электрона $m_e = 0,511 \text{ МэВ}$.

- Спин протона $s = \frac{1}{2}$.

- Собственный магнитный момент $\mu_p = +2,79\mu_0$, где $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_p c}$

$$= 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}} \text{ — единица магнитного момента, называемая ядер-}$$

ным магнетон. Ядерный магнетон в 1836 раз меньше магнетона Бора, а собственный магнитный момент протона примерно в 660 раз меньше магнитного момента электрона.

- Собственный механический и магнитный моменты протона имеют одинаковое направление.

Нейтрон (n) — элементарная частица.

- Электрический заряд нейтрона равен нулю.
- Масса нейтрона $m_n = 939,5$ МэВ.

Нейтрон тяжелее протона на $m_n - m_p = 1,3$ МэВ, что составляет $2,5 m_e$ (m_e — масса электрона).

- Спин нейтрона $s = \frac{1}{2}$.
- Собственный магнитный момент $\mu_n = -1,91 \mu_0$.
- Направления собственного механического и магнитного момента противоположны.
- В свободном состоянии нейтрон нестабилен, распадаясь по схеме



Нейтрон превращается в протон. При этом испускается электрон (e^-) и еще одна частица — антинейтрино ($\bar{\nu}$). Период полураспада равен примерно 12 мин.

Масса нейтрино (и антинейтрино) считается равной нулю. Она пренебрежимо мала по сравнению с массой электрона.

Масса нейтрона превышает суммарную массу частиц, фигурирующих в правой части уравнения (4.2), на $1,5 m_e$ (0,77 МэВ). Эта энергия выделяется при распаде нейтрона в виде кинетической энергии образующихся частиц.

5.2.2. Характеристики атомного ядра

Зарядовое число Z (или порядковый номер элемента), равное количеству протонов, входящих в состав ядра. Определяет его электрический заряд, равный — $(+Ze)$.

Массовое число A — суммарное число протонов и нейтронов (число нуклонов) в ядре.

Число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$.

Для обозначения ядер применяется символ ${}_Z^AX$, где X — химический символ данного элемента. Слева сверху указывается массовое число A , слева внизу — порядковый номер Z (последний значок иногда опускают).

Изотопы — это ядра с одинаковым зарядовым числом Z , но разным массовым A . Большинство химических элементов имеет несколько стабильных изотопов.

Водород имеет три изотопа: ${}^1_1\text{H}$ — обычный водород, или протий ($Z = 1, N = 0$); ${}^2_1\text{H}$ — тяжелый водород или дейтерий ($Z = 1, N = 1$); ${}^3_1\text{H}$ — тритий ($Z = 1, N = 2$). Дейтерий обозначают также символом D , а тритий — символом T . У кислорода имеется три стабильных изотопа: ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{17}_8\text{O}$, ${}^{18}_8\text{O}$, у олова — десять и т. д.

Изобары — это ядра с одинаковым массовым числом A , например, ядро аргона ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ и ядро кальция ${}^{40}_{20}\text{Ca}$.

Изотоны — это ядра с одинаковым числом нейтронов $N = A - Z$, например, ядро углерода ${}^{13}_6\text{C}$ и азота ${}^{14}_7\text{N}$.

Изомеры — это ядра с одинаковым зарядовым Z и массовым A числом, отличающиеся периодом полураспада. Имеется два изомера ядра ${}^{80}_{35}\text{Br}$, у одного из них период полураспада равен 18 мин, у другого — 4,4 ч.

Известно около 1500 ядер, различающихся либо Z , либо A , либо и тем и другим. Примерно 300 из этих ядер устойчивы, остальные радиоактивны. Многие ядра были получены искусственным путем с помощью ядерных реакций.

В природе встречаются элементы с атомным номером Z от 1 до 92, исключая технеций (Te , $Z = 43$) и прометий (Pm , $Z = 61$). Плутоний (Pu , $Z = 94$) после получения его искусственным путем был обнаружен в ничтожных количествах в природном минерале — смоляной обманке.

Элементы с порядковым номером Z от 93 до 107 получены искусственным путем как результат различных ядерных реакций. У них общее название — трансурановые (заурановые) элементы.

Размеры ядер. Ядро можно считать шаром, радиус которого находится по формуле

$$r = 1,3 \cdot 10^{-15} A^{1/3} \text{ м}$$

или

$$r = 1,3 A^{1/3} \Phi.$$

1 Φ (*ферми*) — единица длины, равная 10^{-15} м.

Из (5.1) следует, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре. Плотность ядерного вещества во всех ядрах примерно одинакова.

Плотность материи ядра получается:

$$\rho_{\text{я}} = \frac{m}{V} = \frac{m_p A}{\frac{4\pi r^3}{3}} = 10^{17} \text{ кг/м}^3.$$

Ядерное вещество значительно плотнее обычного вещества, например воды:

$$\rho_{\text{я}} = 10^{14} \rho_{\text{H}_2\text{O}}$$

Спин ядра. Спины нуклонов образуют результирующий спин ядра. Поскольку спин нуклона равен $\frac{1}{2}$, то спин ядра I будет полуцелым при нечетном числе нуклонов A и целым или нулем при четном A . Спины ядер I не превышают нескольких единиц, так как спины большинства нуклонов в ядре взаимно компенсируют друг друга, располагаясь антипараллельно. В частности, у всех четно-четных ядер (ядер с четным числом протонов и четным числом нейтронов) спин равен нулю.

Ядра имеют также и *магнитный* момент.

5.3. Дефект массы и энергия связи ядра

Масса $m_{\text{я}}$ устойчивого ядра меньше суммы масс входящих в него частиц. При объединении нуклонов в ядро выделяется энергия связи нуклонов:

$$E_{\text{CB}} = c^2 \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} \}. \quad (5.3)$$

Энергия связи равна работе, которую нужно совершить, чтобы разделить ядро на образующие его нуклоны и удалить их друг от друга на расстояния, при которых они не взаимодействуют друг с другом.

В равенстве (5.3) обычно заменяют массу протона m_p массой атома водорода m_{H} , а массу ядра $m_{\text{я}}$ — массой атома m_{A} . При такой замене к уменьшаемому и вычитаемому в фигурных скобках прибавляется одинаковая величина массы электронов, равная Zm_e . Формула (5.3) принимает вид

$$E_{\text{CB}} = c^2 \{ [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n] - m_{\text{A}} \}, \quad (5.4)$$

которая удобнее формулы (5.3), так как в таблицах обычно даны массы атомов.

Величина

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

называется *дефектом массы* ядра. Дефект массы связан с энергией связи соотношением $\Delta m = E_{\text{св}}/c^2$.

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон $\delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A$, называется *удельной энергией связи*. Она характеризует устойчивость ядер: чем больше $\delta E_{\text{св}}$, тем устойчивее ядро. Удельная энергия связи зависит от массового числа A .

Из рис. 5.1 следует, что сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами порядка 50–60 (у элементов от Cr до Zn). Энергия связи для этих ядер достигает 8,7 МэВ/нуклон. С ростом массового числа A удельная энергия связи постепенно уменьшается, приближаясь для самого тяжелого природного элемента — урана — к 7,5 МэВ/нуклон.

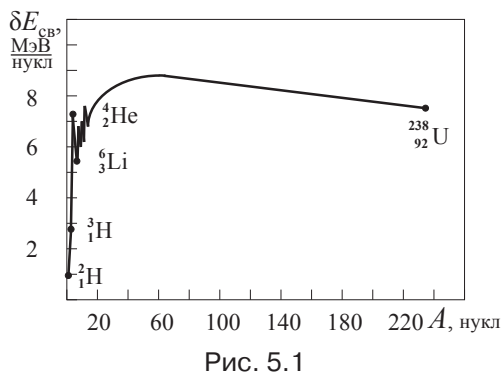


Рис. 5.1

Такая зависимость удельной энергии связи от массового числа делает энергетически выгодным два процесса:

- 1) деление тяжелых ядер на более легкие;
- 2) слияние (синтез) легких ядер в одно ядро.

Оба процесса сопровождаются выделением большого количества энергии.

Оценим энергетический выход:

- деление одного ядра с массовым числом $A = 240$ (удельная энергия связи равна 7,5 МэВ) на два ядра с массовыми числами $A = 120$ (удельная энергия связи равна 8,5 МэВ) приводит к высвобождению энергии в 240 МэВ;
- слияние двух ядер тяжелого водорода ^2_1H в ядро гелия ^4_2He сопровождается выделением энергии, равной 24 МэВ.

Заметим, что при образовании оксида углерода (CO_2) выделяется энергия, приблизительно равная 5 эВ.

Максимально устойчивыми являются ядра с массовыми числами A от 50 до 60. Ядра с иными значениями A также оказываются стабиль-

ными. Почему? Для того чтобы ядро разделилось на части, оно должно пройти ряд промежуточных состояний, энергия которых превышает энергию основного состояния ядра. Ядро разделится, если ему сообщить дополнительную энергию (*энергию активации*). Она возвращается обратно вместе с выделяющейся энергией при делении.

В обычных условиях ядру неоткуда взять энергию активации, поэтому тяжелые ядра не испытывают спонтанного деления. Тяжелое ядро может получить энергию активации, захватывая дополнительный нейтрон.

Для слияния легких ядер в одно ядра должны подойти друг к другу на очень близкое расстояние ($\sim 10^{-15}$ м). Такому сближению ядер препятствует кулоновское отталкивание между ними. Чтобы преодолеть отталкивание, ядра должны двигаться с огромными скоростями, соответствующими температурам порядка нескольких сот миллионов кельвин.

5.4. Модели атомных ядер

Существуют две серьезные трудности при построении теории ядра:

- 1) недостаточность знаний о силах, действующих между нуклонами;
- 2) чрезвычайная громоздкость квантовой задачи многих тел (ядро с массовым числом A представляет собой систему из A тел).

Научное сообщество идет по пути создания ядерных моделей, в которых сравнительно простыми математическими средствами описывают определенную совокупность свойств ядра. Ни одна из моделей не дает полного описания ядра. Каждая из моделей описывает часть свойств ядра и ограниченный круг явлений. В моделях, как правило, содержатся произвольные параметры, подбираемые так, чтобы получить согласие с экспериментом.

Рассмотрим некоторые из существующих моделей.

Капельная модель. Модель предложена Я. И. Френкелем, Н. Бором и другими учеными в 1939 г. В ней учитывается сходство атомного ядра с капелькой жидкости. В ядре, как и в капле, силы, действующие между составными частицами — молекулами в жидкости и нуклонами в ядре — являются короткодействующими. Ядро и капелька жид-

кости имеют крайне малую сжимаемость. В отличие от капельки жидкости, ядро — заряженная капля.

Капельная модель позволила вывести полуэмпирическую формулу для энергии связи частиц в ядре:

$$E_{\text{св}} = 15,75A - 17,8A^{2/3} - 0,71A^{-1/3}Z^2 - 23,7(A - 2Z)^2 A^{-1} \pm 34A^{-3/4}.$$

Кроме того, она объяснила процесс деления тяжелых ядер и дала критерий устойчивости ядра. Наиболее устойчивы ядра с таким Z (при заданном массовом числе A), которое соответствует минимуму энергии ядра:

$$Z_{\text{уст}} = \frac{A}{(2 + A^{2/3})}. \quad (5.5)$$

Капельная модель дала критерий любого вида радиоактивного распада и объяснила причины уменьшения энергии связи с ростом массового числа и ряд других свойств.

Оболочечная модель. Модель разработана Марией Гепперт-Майер и другими учеными в 1949–1950 гг. В этой модели нуклоны ядра считаются движущимися независимо друг от друга в усредненном центрально-симметричном поле. С учетом принципа Паули, поскольку спин нуклонов равен $\frac{1}{2}$, они заполняют дискретные энергетические уровни (подобные уровням атома).

Состояние нуклона в ядре определяется четырьмя квантовыми числами:

$$n, l, j, m_j.$$

- n — квантует энергию нуклона при одном и том же орбитальном квантовом числе l . Оно принимает значения: $n = 1, 2, 3, \dots \infty$.
- l — орбитальное квантовое число. Оно принимает значения: $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Больше 7 быть не может.
- j — квантовое число полного момента импульса нуклона. Квантует модуль полного момента импульса. Оно принимает значения:

$$j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}.$$

- m_j — магнитное квантовое число. Квантует проекцию полного момента импульса на выбранное направление. $m_j = (-j) \dots (+j)$.

Уровни группируются в оболочки, в каждой из которой может находиться определенное число нуклонов.

Состояния для протонов и нейтронов заполняются независимо.

На рис. 5.2 показаны энергетические уровни и структура нуклонных оболочек. Полностью заполненная оболочка является особо устойчивым образованием.

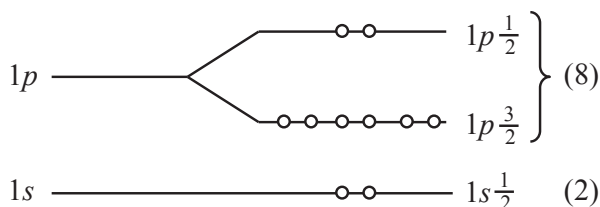


Рис. 5.2

Опытным путем были определены особо устойчивые ядра. У этих ядер число протонов либо число нейтронов (либо оба эти числа) равны:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.$$

Эти числа называются *магическими* числами. Ядра с числом протонов Z или числом нейтронов N , равным магическим, также называются *магическими*.

Ядра, у которых магическими являются и Z , и N , называются *дважды магическими*. Дважды магических ядер известно всего пять:



Они особенно устойчивы. Устойчивость ядра гелия ${}^4_2\text{He}$ проявляется в том, что это единственная составная частица, испускаемая тяжелыми ядрами при радиоактивном распаде.

Обобщенная модель ядра. Это дальнейшее развитие капельной модели. В ней рассматривается состояние отдельных нуклонов. Она объясняет:

- несферическую форму некоторых невозбужденных ядер;
- механизм распада и деления ядер и ряд других свойств.

Статистическая модель ядра. В ней ядро, состоящее из нуклонов, отождествляется с Ферми-газом, подвергшимся нагреву. Поведение Ферми-газа описывается в рамках термодинамики. Она объясняет:

- распределение энергетических уровней сильно возбужденных ядер;
- соотношение между вероятностями испускания γ -квантов при переходах между уровнями.

5.5. Ядерные силы

.....

5.5.1. Особенности сильного взаимодействия

Огромная энергия связи нуклонов в ядре указывает на интенсивное притяжение нуклонов, удерживающее их на расстояниях порядка 10^{-15} м друг от друга, несмотря на сильное кулоновское отталкивание между протонами. Взаимодействие между нуклонами получило название *сильного взаимодействия*. Оно описывается с помощью поля ядерных сил.

Особенности сильного взаимодействия

1. Ядерные силы являются *короткодействующими* (радиус действия порядка 10^{-15} м). На расстояниях, существенно меньших 10^{-15} м, притяжение нуклонов сменяется отталкиванием.

2. Сильное взаимодействие не зависит от заряда нуклонов (*зарядовая независимость*). Ядерные силы, действующие между двумя протонами, протоном и нейтроном и двумя нейтронами, имеют одинаковую величину.

3. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов. Так, например, нейтрон и протон удерживаются вместе, образуя ядро тяжелого водорода, только в том случае, если их спины параллельны друг другу.

4. Ядерные силы *нецентральные*. Они не направлены вдоль прямой, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов. Это свойство ядерных сил вытекает из того факта, что они зависят от ориентации спинов нуклонов.

5. Ядерные силы обладают свойством *насыщения*. Каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов. Насыщение проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов в ядре при увеличении числа нуклонов не растет и объем ядра пропорционален числу образующих его нуклонов (см. формулу (4.3)).

5.5.2. Природа ядерных сил

Сильное взаимодействие обусловлено тем, что нуклоны обмениваются виртуальными частицами, получившими название мезонов.

Заряженные частицы взаимодействуют через электромагнитное поле — совокупность фотонов. Процесс взаимодействия между двумя заряженными частицами в квантовой электродинамике заключается в обмене фотонами. Любая заряженная частица создает вокруг себя поле фотонов, непрерывно испуская и поглощая их. На другую частицу поле воздействует, если она поглотит один из фотонов, испущенных первой частицей. Фотоны, посредством которых осуществляется взаимодействие, являются не обычными реальными фотонами, а виртуальными. *В квантовой механике виртуальными называются частицы, которые не могут быть обнаружены за время их существования.*

Смысл термина «виртуальный» проще понять на покоящемся электро-троне. Процесс создания им в окружающем пространстве поля можно представить уравнением

$$e^- \leftrightarrow e^- + \hbar\nu. \quad (5.6)$$

Суммарная энергия фотона и электрона больше, чем энергия покоящегося электрона. Следовательно, превращение, описываемое уравнением (5.6), сопровождается *нарушением закона сохранения энергии*. Для виртуального фотона это нарушение кажущееся. Согласно квантовой механике энергия частиц, существующих время Δt , может быть определена лишь с точностью ΔE , удовлетворяющей соотношению неопределенностей:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (5.7)$$

Энергия системы может претерпевать отклонения ΔE , длительность Δt которых не превышает значения, определяемого условием (5.7). Если испущенный электроном виртуальный фотон будет поглощен этим или другим электроном до истечения времени $\Delta t = \hbar/e$, ($e = \hbar\nu$), то нарушение закона сохранения энергии обнаружить невозможно.

При сообщении электрону дополнительной энергии вместо виртуального фотона будет испущен реальный фотон, который может существовать неограниченно долго.

За время $\Delta t = \hbar/e$ виртуальный фотон может передать взаимодействие между точками, разделенными расстоянием:

$$l = c\Delta t = \frac{c\hbar}{e}.$$

Энергия фотона $e = \hbar\nu$ может быть любой, в том числе и равной нулю (частота ν изменяется от 0 до ∞), поэтому радиус действия электромагнитных сил неограничен.

Если виртуальные частицы имеют отличную от нуля массу m , радиус действия таких сил будет ограничен величиной

$$r = c\Delta t_{\max} = \frac{c\hbar}{e_{\min}} = \frac{c\hbar}{mc^2} = \frac{\hbar}{mc} = \Lambda_c,$$

где Λ_c — комптоновская длина волны данной частицы. Переносчик взаимодействия в наших рассуждениях движется со скоростью c .

Х. Юкава в 1935 г. высказал гипотезу о том, что в природе существуют пока не обнаруженные частицы с массой, в 200–300 раз превышающей массу электрона, и что эти частицы исполняют роль переносчиков ядерного взаимодействия, подобно тому, как фотоны являются переносчиками электромагнитного взаимодействия. Эти гипотетические частицы он назвал *тяжелыми фотонами*.

С. Пауэлл и Д. Оккиалини в 1947 г. открыли в космическом излучении так называемые π -мезоны (иногда их называют пионами), которые оказались носителями ядерных сил, предсказанных за 12 лет до того Х. Юкавой.

Существуют положительный ((π^+)), отрицательный (π^-) и нейтральный (π^0) мезоны. Заряд π^+ и π^- -мезонов равен элементарному заряду e . Масса заряженных π -мезонов одинакова и равна $273 m_e$ (140 МэВ), масса π^0 -мезона равна $264 m_e$ (135 МэВ). Спин как заряженных, так и нейтрального π -мезонов равен нулю ($s = 0$). Все пионы нестабильны. Время жизни π^+ - и π^- -мезонов составляет $2,60 \cdot 10^{-8}$ с, π^0 -мезона — $0,8 \cdot 10^{-16}$ с. Подавляющая часть заряженных π -мезонов распадается по схеме

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu},$$

(μ^+ и μ^- — положительный и отрицательный мюоны; ν — нейтрино; $\bar{\nu}$ — антинейтрино). В среднем 2,5 распада из миллиона протекают по другим схемам:

$$\pi \rightarrow e + \nu, \quad \pi \rightarrow \pi^0 + e + \nu,$$

причем в случае π^+ -мезона образуется позитрон e^+ , а в случае π^- -мезона рождается электрон e^- . В среднем 98,8 % π^0 -мезонов распадаются на два γ -кванта:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Остальные 1,2% распадов осуществляются по схемам:

$$\begin{aligned}\pi^0 &\rightarrow e^+ + e^- + \gamma, \\ \pi^0 &\rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-, \\ \pi^0 &\rightarrow \gamma + \gamma + \gamma.\end{aligned}$$

Обменное взаимодействие между нуклонами осуществляется благодаря виртуальным процессам:

$$\begin{aligned}p &\Leftrightarrow n + \pi^+, \\ n &\Leftrightarrow p + \pi^-, \\ p &\Leftrightarrow n + \pi^+, \quad n \Leftrightarrow n + \pi^0.\end{aligned}$$

Нуклон окружен облаком виртуальных π -мезонов, образующих поле ядерных сил. Поглощение этих мезонов другим нуклоном приводит к сильному взаимодействию между нуклонами, осуществляемому по одной из следующих схем.

1. Протон и нейтрон обмениваются виртуальным π^+ -мезоном (рис. 5.3, а).

$$p + n \Leftrightarrow n + \pi^+ \Leftrightarrow n + p.$$

Протон испускает виртуальный π^+ -мезон, превращаясь в нейтрон. Мезон поглощается нейтроном, который вследствие этого превращается в протон. Затем такой же процесс протекает в обратном направлении. Каждый из взаимодействующих нуклонов часть времени проводит в заряженном состоянии, а часть — в нейтральном.

2. Протон и нейтрон обмениваются виртуальным π^- -мезоном (рис. 5.3, б).

$$n + p \Leftrightarrow p + \pi^- \Leftrightarrow p + n.$$

3. Нейтрон и протон обмениваются виртуальными π^0 -мезонами (рис. 5.3, в).

$$\begin{aligned}p + n &\Leftrightarrow p + \pi^0 + n \Leftrightarrow p + n, \\ p + p &\Leftrightarrow n + \pi^0 + n \Leftrightarrow p + p, \\ n + n &\Leftrightarrow n + \pi^0 + n \Leftrightarrow n + n.\end{aligned}$$

Первый процесс подтвержден экспериментально. При прохождении пучка нейтронов через водород в этом пучке появляются протоны, многие из которых имеют ту же энергию и направление движения, что и падающие нейтроны. Соответствующее число практически покоящихся нейтронов обнаруживается в мишени.

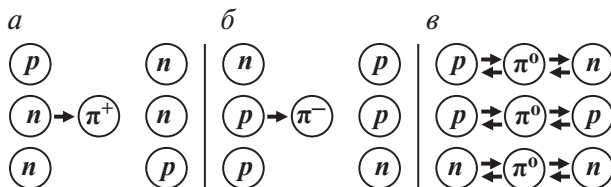


Рис. 5.3

Невозможно, чтобы такое большое число нейтронов полностью передавало свой импульс ранее покоившимся протонам в результате лобовых ударов. Следовательно, часть нейтронов, пролетая вблизи протонов, захватывает один из виртуальных π^+ -мезонов. В результате нейтрон превращается в протон, а потерявший свой заряд протон превращается в нейтрон (рис. 5.4).

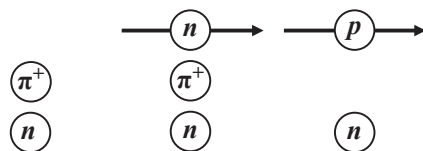


Рис. 5.4

Если нуклону сообщить энергию, эквивалентную массе π -мезона, то виртуальный π -мезон может стать реальным. Необходимую энергию можно сообщить при столкновении ускоренных нуклонов (или ядер) либо при поглощении нуклоном γ -кванта. При очень больших энергиях соударяющихся частиц может возникнуть несколько реальных π -мезонов.

В соответствии с процессом (5.4) нейтрон часть времени проводит в виртуальном состоянии ($p + \pi^-$). Орбитальное движение π^- -мезона приводит к возникновению наблюдаемого у нейтрона отрицательного магнитного момента. Аномальный магнитный момент протона ($2,79 \mu_N$ вместо одного ядерного магнетона) также можно объяснить орбитальным движением π^+ -мезона в течение того промежутка времени, когда протон находится в виртуальном состоянии ($n + \pi^+$).

5.6. Радиоактивность

Радиоактивностью называется самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие, сопровождающееся испусканием элементарных частиц. Такие превращения претерпевают только нестабильные ядра. К числу радиоактивных процессов относятся: 1) α -распад;

2) β -распад (в том числе электронный захват); 3) γ -излучение ядер; 4) спонтанное деление тяжелых ядер; 5) протонная радиоактивность.

Радиоактивность называется *естественной*, если распадаются ядра, существующие в природных условиях. Радиоактивность ядер, полученных посредством ядерных реакций, называется *искусственной*. Между искусственной и естественной радиоактивностью нет принципиальных различий. Процесс радиоактивного превращения и в том, и другом случае описывается одним законом.

Закон радиоактивного превращения. Радиоактивные ядра претерпевают превращение независимо друг от друга. Можно считать, что количество ядер dN , распадающихся за малый промежуток времени dt , пропорционально как числу имеющихся ядер N , так и промежутку времени dt :

$$dN = -\lambda N dt. \quad (5.8)$$

Здесь λ — характерная для радиоактивного вещества константа, называемая постоянной распада.

Постоянная распада — это вероятность того, что ядро распадется в единицу времени.

Знак минус взят для того, чтобы dN можно было рассматривать как приращение числа нераспавшихся ядер N .

Интегрирование выражения (5.8) приводит к соотношению

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (5.9)$$

где N_0 — количество ядер в начальный момент времени, N — количество нераспавшихся атомов в момент времени t . Формула (5.9) выражает закон радиоактивного превращения, который формулируется так: число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненте.

Количество ядер, распавшихся за время t , определяется выражением

$$N_0 - N = N_0 [1 - \exp(-\lambda t)].$$

Время, в течение которого распадается половина первоначального количества ядер, называется *периодом полураспада* $T_{1/2}$. Оно определяется условием

$$N_0/2 = N_0 \exp(-\lambda T_{1/2}),$$

откуда

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Период полураспада для известных в настоящее время радиоактивных ядер изменяется в пределах от $3 \cdot 10^{-7}$ с до $5 \cdot 10^{15}$ лет.

Среднее время жизни. Количество ядер $dN(t)$, испытывающих превращение за промежуток времени от t до $t + dt$, определяется модулем выражения (5.8):

$$dN(t) = \lambda N(t) dt.$$

Время жизни каждого из этих ядер равно t . Следовательно, сумма времен жизни всех N_0 имевшихся первоначально ядер получается путем интегрирования выражения $t dN(t)$. Разделив эту сумму на число ядер N_0 , получим среднее время жизни τ радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N(t) dt.$$

Учитывая закон радиоактивного распада, получим среднее время жизни ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N_0 \exp(-\lambda t) dt = \int_0^{\infty} t \lambda \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Среднее время жизни есть величина, обратная постоянной распада:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Период полураспада $T_{1/2}$ отличается от среднего времени жизни τ числовым множителем, равным $\ln 2$.

В результате радиоактивного превращения возникающие ядра могут оказаться радиоактивными. Их распад будет происходить со скоростью, характеризуемой постоянной распада. Новые продукты распада могут также оказаться радиоактивными и т. д. В результате возникает целый ряд радиоактивных превращений.

Например, радиоактивный изотоп A помещен в закрытый контейнер, и при его распаде образуется радиоактивный препарат типа B ; в контейнере по истечении времени t число ядер изотопа B можно найти по формуле

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}),$$

где N_{0A} — число ядер изотопа A в начальный момент времени ($t = 0$), λ_A , λ_B — постоянные распада изотопов A и B соответственно. Допустим, что период полураспада препарата A намного превышает период по-

лураспада препарата B , тогда формула для расчета числа ядер изотопа B упрощается:

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} (1 - e^{-\lambda_B t}). \quad (5.10)$$

Если изотопы в контейнере находятся в равновесии, выполняется соотношение

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}. \quad (5.11)$$

Радиоактивные ряды. В природе существуют три радиоактивных ряда (или семейства), родоначальниками которых являются ${}^{238}_{92}\text{U}$ (ряд урана), ${}^{232}_{90}\text{Th}$ (ряд тория) и ${}^{235}_{92}\text{U}$ (ряд актиноурана). Конечными продуктами во всех трех случаях служат изотопы свинца — в первом случае ${}^{206}_{82}\text{Pb}$, во втором ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ и, наконец, в третьем ${}^{207}_{82}\text{Pb}$.

Активность радиоактивного вещества. Активностью радиоактивного препарата называется число распадов, происходящих в препарате за единицу времени. Если за время dt распадается $dN_{\text{расп}}$ ядер, то активность равна $dN_{\text{расп}}/dt$.

Согласно (5.5),

$$dN_{\text{расп}} = |dN| = \lambda N dt.$$

Тогда активность радиоактивного препарата равна

$$\frac{dN_{\text{расп}}}{dt} = \lambda N.$$

В СИ единицей активности является беккерель (Бк). 1 беккерель равен одному распаду в секунду. Допускается применение внесистемных единиц расп./мин и кюри (Ки). Единица активности, называемая кюри, определяется как активность такого препарата, в котором происходит $3,7 \cdot 10^{10}$ распадов в секунду. Применяются дробные единицы (милликюри, микрокюри и т. д.), а также кратные единицы (килокюри, мегакюри).

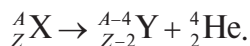
5.7. Виды радиоактивных превращений

Естественная радиоактивность была открыта А. Беккерелем в 1896 г. Существуют три вида радиоактивных излучений. Одно из них, получившее название α -лучей, отклоняется под действием магнитного

поля в ту же сторону, в которую отклонялся бы поток положительно заряженных частиц. Второе, названное β -лучами, отклоняется магнитным полем в противоположную сторону, как отклоняется поток отрицательно заряженных частиц. Наконец, третье излучение, никак не реагирующее на магнитное поле, было названо γ -лучами, представляющими собой электромагнитное излучение с длинами волн от 10^{-4} до $0,1$ нм.

5.7.1. Альфа-распад

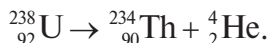
Альфа-лучи — это поток ядер гелия ${}^4_2\text{He}$. Распад протекает по следующей схеме:



Буквой X обозначен химический символ распадающегося (материнского) ядра, буквой Y — химический символ образующегося (дочернего) ядра.

Альфа-распад обычно сопровождается испусканием дочерним ядром γ -лучей. Атомный номер дочернего вещества на 2 единицы, а массовое число — на 4 единицы меньше, чем у исходного вещества.

Например, распад изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$, протекающий с образованием тория:



Скорости, с которыми α -частицы вылетают из распавшегося ядра, очень велики ($\sim 10^7$ м/с; кинетическая энергия — несколько МэВ). Пролетая через вещество, α -частица постепенно теряет свою энергию, затрачивая ее на ионизацию молекул вещества, и, в конце концов, останавливается. На образование одной пары ионов в воздухе тратится в среднем 35 эВ. Таким образом, α -частица образует на своем пути примерно 10^5 пар ионов. Чем больше плотность вещества, тем меньше пробег α -частиц до остановки. В воздухе при нормальном давлении пробег составляет несколько сантиметров, в твердом веществе пробег имеет значение порядка $0,01$ мм α -частицы (полностью задерживаются обычным листом бумаги).

Кинетическая энергия α -частицы возникает за счет избытка энергии покоя материнского ядра над суммарной энергией покоя дочер-

него ядра и α -частицы. Избыточная энергия распределяется между α -частицей и дочерним ядром в отношении, обратно пропорциональном их массам. Обычно радиоактивное вещество испускает несколько групп α -частиц с близкими энергиями, поскольку дочернее ядро рождается не только в нормальном, но и в возбужденном состоянии. Среднее время жизни τ возбужденных состояний лежит в пределах от 10^{-8} до 10^{-15} с. Затем дочернее ядро переходит в нормальное или более низкое возбужденное состояние, испуская либо γ -фотон, либо какую-либо частицу: протон, нейтрон, электрон (возможно, и α -частицу). Образовавшееся в результате α -распада возбужденное ядро может отдать избыток энергии непосредственно (без предварительного испускания γ -кванта) одному из электронов K -, L - или даже M -оболочки атома, в результате чего электрон вылетает из атома. Этот процесс носит название *внутренней конверсии*. Возникшее в результате вылета электрона вакантное место будет заполняться электронами с вышележащих энергетических уровней. Внутренняя конверсия всегда сопровождается испусканием *характеристических* рентгеновских лучей.

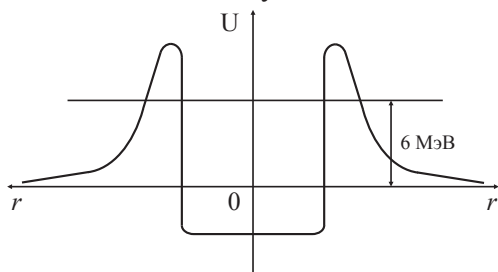


Рис. 5.5

Как и фотон, не существующий в готовом виде в атоме, а возникающий в момент излучения, α -частица также рождается в момент радиоактивного распада

ядра. Покидая ядро, α -частица преодолевает потенциальный барьер, высота которого превосходит полную энергию α -частицы, равную ~ 6 МэВ (рис. 5.5).

Внешняя, спадающая асимптотически к нулю сторона барьера формируется кулоновским отталкиванием α -частицы и дочернего ядра. Внутренняя сторона барьера обусловлена ядерными силами. Высота барьера заметно превышает энергию вылетающих при распаде α -частиц. Согласно квантовой механике, имеется отличная от нуля вероятность просачивания частицы через барьер. Это явление называется туннельным эффектом. Теория α -распада, основывающаяся на представлении о туннельном эффекте, приводит к результатам, хорошо согласующимся с данными опыта.

5.7.2. Бета-распад

Существуют три разновидности β -распада. В одном случае ядро испускает электрон, в другом — позитрон, в третьем случае, называемом электронным захватом (e -захватом), ядро захватывает один из электронов K -оболочки, реже — L - или M -оболочки.

Первый вид распада (β -распад или электронный распад) протекает по схеме

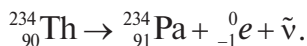


В реакции электрону приписано зарядовое число $Z = -1$ и массовое число $A = 0$.

У дочернего ядра атомный номер на единицу больше, чем у материнского ядра. Массовые числа ядер одинаковые. Кроме электрона, испускается также антинейтрино $\tilde{\nu}$. Процесс протекает так, как если бы один из нейтронов ядра ${}_Z^AX$ превратился в протон, претерпев превращение по схеме (5.2). Поэтому свободный нейтрон β^- радиоактивен.

Дочернее ядро рождается не только в нормальном, но и в возбужденном состоянии. Переход в состояние с меньшей энергией сопровождается излучением γ -фотона.

Примером β -распада служит превращение тория ${}_{90}^{234}\text{Th}$ в протактиний ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ с испусканием электрона и антинейтрино:



В отличие от α -частиц, имеющих строго определенную энергию, β -электроны обладают различной кинетической энергией от 0 до E_{\max} .

На рис. 5.6 представлен энергетический спектр электронов, испускаемых ядрами при β -распаде. Площадь, охватываемая кривой, дает общее число электронов, испускаемых в единицу времени, dN — число электронов, энергия которых заключена в интервале dE . Энергия E_{\max} соответствует разности между массой материнского ядра и массами электрона и дочернего ядра.

Распады, при которых энергия электрона меньше E_{\max} , протекают с кажущимся нарушением закона сохранения энергии.

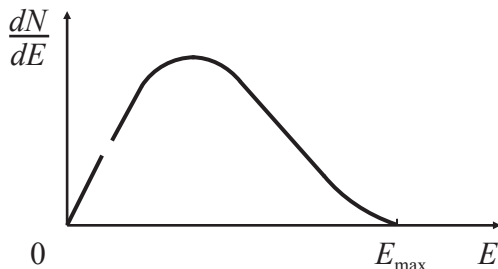


Рис. 5.6

В 1932 г. В. Паули высказал предположение, что при β -распаде вместе с электроном испускается еще одна частица, уносящая энергию. Эта ($E_{\max} - E$) частица никак себя не обнаруживает, поэтому считают, что она нейтральная и обладает весьма малой массой, близкой к нулю. Эту гипотетическую частицу называли *нейтрино*.

Участие в β -распаде еще одной частицы диктуется также законом сохранения момента импульса.

Нейтрино необходимо приписать спин, равный $1/2$ (или $3/2$). Если написать схему (5.11) без антинейтрино, тогда суммарный спин возникающих частиц (для двух частиц с $s = 1/2$ может быть либо нулем, либо единицей) будет отличаться от спина исходной частицы, равного $1/2$. Установлено, что спин нейтрино и антинейтрино равен $1/2$.

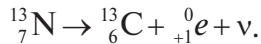
Вывод: энергия, выделяющаяся при β -распаде, распределяется между электроном и антинейтрино (либо между позитроном и нейтрино, см. ниже) в самых разнообразных пропорциях.

Второй вид распада (β^+ -распад, или позитронный распад) протекает по схеме



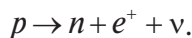
В реакции позитрону приписано зарядовое число $Z = +1$ и массовое число $A = 0$.

Примером служит реакция превращения азота ${}^{14}_7\text{N}$ в углерод ${}^{12}_6\text{C}$:



Атомный номер дочернего ядра на единицу меньше, чем материнского. Процесс сопровождается испусканием позитрона, обозначенного в реакции (5.13) символом ${}^0_{+1}e$, и нейтрино; не исключено возникновение γ -лучей. Позитрон является античастицей для электрона. Обе частицы (позитрон и нейтрино), испускаемые при распаде (5.13), представляют собой античастицы по отношению к частицам, испускаемым при β^- распаде (5.12).

Процесс β^+ -распада протекает так, как если бы один из протонов исходного ядра превратился в нейтрон, испустив при этом позитрон и нейтрино:

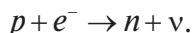


Для свободного протона такой процесс невозможен по энергетическим соображениям, поскольку масса протона меньше массы ней-

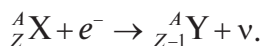
трона. В ядре протон может заимствовать требуемую энергию от других нуклонов, входящих в состав ядра.

Третий вид распада (электронный захват) заключается в захвате ядром одного из K -электронов (реже — одного из L - или M -электронов) своего атома.

В результате электронного захвата один из протонов ядра превращается в нейтрон, испуская при этом нейтрино:

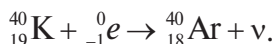


Возникшее ядро может оказаться в возбужденном состоянии. Переходя в низшие энергетические состояния, оно испускает γ -фотоны. Схема процесса выглядит следующим образом:



На вакантное место в электронной оболочке переходят электроны из вышележащих слоев, процесс сопровождается *рентгеновским* излучением.

Электронный захват легко обнаруживается по сопровождающему его рентгеновскому излучению. Примером электронного захвата служить превращение калия ${}_{19}^{40}\text{K}$ в аргон ${}_{18}^{40}\text{Ar}$:



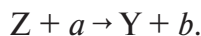
Спонтанное деление тяжелых ядер. Кроме α -, β -, γ -распадов, существует четвертый тип распада, открытый в 1949 г. советскими физиками Г. Н. Флеровым и К. А. Петряком — самопроизвольное деление ядер урана на две примерно равные части. Это явление наблюдается у многих тяжелых ядер. По своим характерным чертам спонтанное деление близко к вынужденному делению.

Протонная радиоактивность. В 1970 г. была обнаружена протонная радиоактивность, при которой ядро претерпевает превращение, испуская один или два протона (или нейтрона). Второй тип распада теоретически предсказал советский физик В. И. Гольданский в 1960 г. — это двухпротонная или двухнейтронная радиоактивность. Протонную радиоактивность в 1963 г. впервые наблюдали советские физики, руководимые Г. Н. Флеровым.

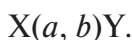
5.8. Ядерные реакции

Ядерной реакцией называется процесс взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или с другим ядром, приводящий к возникновению нового ядра (или ядер). Взаимодействие реагирующих частиц благодаря действию ядерных сил возникает при сближении их до расстояний порядка 10^{-15} м.

Наиболее распространенным видом ядерной реакции является взаимодействие легкой частицы a с ядром X , в результате которого образуются легкая частица b и ядро Y :



Уравнение таких реакций принято записывать сокращенно в виде



В скобках указываются участвующие в реакции легкие частицы — сначала исходная, затем конечная. В качестве легких частиц a и b могут фигурировать нейтрон (n), протон (p), дейтрон (d), α -частица (α) и γ -фотон (γ).

Ядерные реакции сопровождаются как выделением, так и поглощением энергии. Количество выделяющейся энергии определяется разностью масс (выраженных в энергетических единицах) исходных и конечных ядер. Если сумма масс образующихся ядер превосходит сумму масс исходных ядер, реакция идет с поглощением энергии, и энергия реакции будет отрицательной.

Н. Бор в 1936 г. установил, что реакции, вызываемые не очень быстрыми частицами, протекают в два этапа. Первый этап заключается в захвате приблизившейся к ядру X частицы a и в образовании промежуточного ядра Π , называемого *составным* ядром. Энергия, привнесенная частицей a (кинетическая энергия частицы и ее энергия связи с ядром), за очень короткое время перераспределяется между всеми нуклонами составного ядра, в результате чего составное ядро оказывается в возбужденном состоянии. На втором этапе составное ядро испускает частицу b .

Двухстадийное протекание реакции записывается следующим образом:



Если испущенная частица тождественна с захваченной частицей ($b \equiv a$), процесс (5.14) называют *рассеянием*.

В случае, когда энергия частицы b равна энергии частицы a , $E_b = E_a$, рассеяние является *упругим*, в противном случае (при $E_b \neq E_a$) — *неупругим*.

Ядерная реакция имеет место, если частица b не тождественна a .

Промежуток времени τ_β , который требуется нуклону для того, чтобы пройти расстояние, равное диаметру ядра, называется *ядерным временем* (ядерным временем пролета). Для энергии нуклона ~ 1 МэВ (энергия соответствует скорости нуклона $\sim 10^7$ м/с) и диаметра ядра $\sim 10^{-14}$ м ядерное время по порядку величины равно

$$\tau_\beta = 10^{-21} \text{ с.}$$

Среднее время жизни составного ядра $10^{-14} - 10^{-12}$ с значительно превосходит ядерное время пролета τ_β . Следовательно, распад составного ядра (испускание частицы b) представляет собой процесс, не зависящий от первого этапа реакции, заключающегося в захвате частицы a . Одно и то же составное ядро может распадаться по различным схемам. Характер этих схем и их относительная вероятность не зависят от способа образования составного ядра.

Реакции, вызываемые быстрыми *нуклонами* и *дейтронами*, протекают без образования промежуточного ядра. Они называются *прямыми реакциями*.

В ядерной физике вероятность взаимодействия характеризуют *эффективным сечением* s . Выясним смысл этой характеристики. Для этого рассмотрим поток частиц, попадающий на тонкую мишень (ядра мишени не перекрывают друг друга). Пусть ядра — твердые шарики с поперечным сечением s , а падающие частицы — твердые шарики с пренебрежимо малым сечением. Тогда вероятность столкновения падающей частицы с ядром мишени, будет равна

$$P = \sigma n \delta,$$

где n — концентрация ядер; δ — толщина мишени.

При нормальном падении N частиц количество частиц ΔN , претерпевающих в единицу времени столкновения с ядрами мишени, определим по формуле

$$\Delta N = NP = N\sigma n \delta.$$

Решим уравнение относительно эффективного сечения рассеяния:

$$\sigma = \frac{\Delta N}{N n \delta}. \quad (5.15)$$

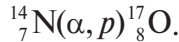
Определив относительное количество частиц $\frac{\Delta N}{N}$, претерпевших столкновения, можно вычислить поперечное сечение ядра.

В действительности ни ядра мишени, ни падающие на нее частицы не являются твердыми шариками. Они взаимодействуют с ядрами. Тем не менее, для характеристики вероятности взаимодействия используют величину σ , определяемую формулой (5.15), в которой ΔN — число взаимодействующих с ядрами мишени частиц. В этом случае данную величину называют *эффективным сечением реакции* (или *процесса*).

Эффективное сечение ядерных процессов имеет размерность. Единица измерения — *барн*:

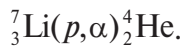
$$1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2 = 10^{-10} \text{ нм}^2.$$

Первая ядерная реакция была осуществлена Э. Резерфордом в 1919 г. При облучении азота α -частицами, испускаемыми радиоактивным источником, некоторые ядра азота превращались в ядра кислорода, испуская при этом протон. Уравнение этой реакции имеет вид



Резерфорд воспользовался для расщепления атомного ядра природными снарядами — α -частицами.

Дж. Кокрофт и Э. Уолтон в 1932 г. осуществили первую искусственную ядерную реакцию, вызванную ускоренными до энергии порядка 0,8 МэВ протонами:



С развитием ускорителей заряженных частиц множилось число ядерных превращений, осуществляемых искусственным путем.

Наибольшее значение имеют реакции, вызываемые нейтронами. Поскольку нейтроны не испытывают кулоновского отталкивания, они проникают в ядра, обладая весьма малой энергией. Эффективные сечения нейтронных реакций возрастают при уменьшении энергии нейтронов. Чем меньше скорость нейтрона, тем большее время он проводит в сфере действия ядерных сил, пролетая вблизи ядра и уве-

личивая вероятность его захвата. Сечение захвата нейтронов в ряде случаев имеет резко выраженный максимум определенной энергии E_r нейтронов. Примером служит кривая зависимости сечения захвата нейтрона ядром $^{238}_{92}\text{U}$ (рис. 5.7).

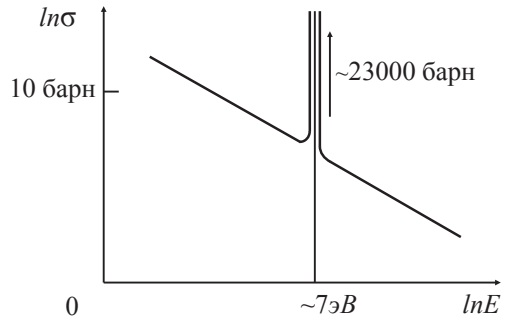


Рис. 5.7

При энергии $E = E_r = 7 \text{ эВ}$ сечение захвата резко возрастает, достигая 23000 барн. Явление имеет резонансный характер. Оно наблюдается тогда, когда энергия, привносимая нейтроном в составное ядро, в точности равна энергии, необходимой для перевода составного ядра на возбужденный энергетический уровень.

5.9. Деление тяжелых ядер

О. Ган и Ф. Штрассман в 1938 г. обнаружили, что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины периодической системы — барий и лантан. Установили также, что деление ядра урана может происходить разными путями. Наиболее вероятным является деление на осколки, массы которых относятся как 2:3.

Кривая на рис. 5.8 дает относительный выход осколков, возникающих при делении $^{238}_{92}\text{U}$ медленными тепловыми нейтронами ($\sim 0,03 \text{ эВ}$). *Тепловыми* называются нейтроны, находящиеся в тепловом равновесии с атомами вещества.

Относительное число актов деления с образованием двух осколков равной массы ($A \sim 117$) составляет 0,01 %, а образование осколков с массовыми числами порядка 95 и 140 ($95:140 \approx 2:3$) составляет 7 %.

Относительное количество нейтронов в тяжелых ядрах больше, чем в средних ядрах, поэтому

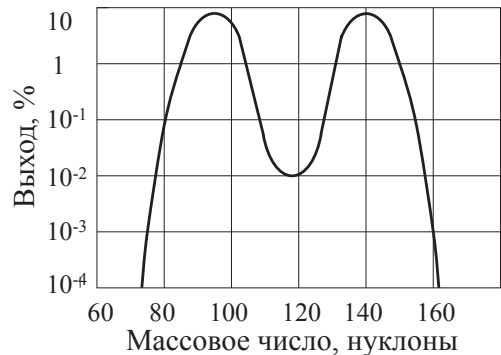


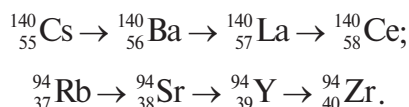
Рис. 5.8

образовавшиеся осколки сильно перегружены нейтронами. Как следствие, продукты деления (осколки) выбрасывают лишние нейтроны. Большинство нейтронов испускается за время, меньшее 10^{-14} с (можно считать мгновенно). Малая часть нейтронов (около 0,75 %), получившая название *запаздывающих* нейтронов, испускается с задержкой от 0,05 с до 1 мин. В среднем каждый акт деления тяжелого ядра сопровождается рождением 2,5 нейтронов.

Выделение мгновенных и запаздывающих нейтронов не устраняет полностью перегрузку осколков деления нейтронами, поэтому осколки оказываются радиоактивными и претерпевают цепочку β -превращений, сопровождаемых испусканием γ -излучения. Рассмотрим одну из схем деления:



Цезий и рубидий впоследствии претерпевают превращения:



Конечные продукты — церий ${}_{58}^{140}\text{Ce}$ и цирконий ${}_{40}^{94}\text{Zr}$ — являются стабильными.

Нейтроны также вызывают деление тория (${}_{90}^{232}\text{Th}$), протактиния (${}_{91}^{231}\text{Pa}$) и трансуранового элемента плутония (${}_{94}^{239}\text{Pu}$). Нейтроны сверхвысоких энергий (нескольких сотен мегаэлектронвольт) вызывают деление и более легких ядер.

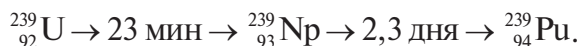
Ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$ и ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ делятся нейтронами любых энергий, особенно легко — медленными нейтронами. Тепловыми нейтронами делятся также ядра ${}_{92}^{233}\text{U}$ и ${}_{90}^{232}\text{Th}$, получаемые искусственным путем.

Деление тяжелых ядер можно вызвать не только нейтронами, но и другими частицами — протонами, дейтронами, α -частицами, а также γ -фотонами. В последнем случае говорят о фотоделении ядер.

Ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$ делятся только быстрыми нейтронами (энергия, не менее 1 МэВ). При меньших энергиях нейтроны поглощаются ядрами ${}_{92}^{238}\text{U}$ без последующего деления, образуя ядро ${}_{92}^{239}\text{U}$, энергия возбуждения которого выделяется в виде γ -фотона. Такой процесс называется *радиационным захватом* (реакция (n, γ)). Эффективное сечение радиа-

ционного захвата резко возрастает при энергии нейтронов (приблизительно 7 эВ), достигая 23 000 барн (см. рис. 5.7). Сечение захвата ядром $^{238}_{92}\text{U}$ тепловых нейтронов составляет меньше 3 барн.

Ядро $^{239}_{92}\text{U}$ нестабильно ($T_{1/2} = 23$ мин). Цепочка превращений имеет вид



Плутоний α -радиоактивен. Его можно считать практически стабильным ядром, поскольку период полураспада велик — 24 400 лет.

Радиационный захват нейтронов ядром тория $^{232}_{90}\text{Th}$ приводит к образованию делящегося изотопа урана $^{233}_{92}\text{U}$, отсутствующего в природном уране:



Уран $^{233}_{92}\text{U}$ α -радиоактивен ($T_{1/2} = 162\,000$ лет).

Деление ядер $^{233}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$ и $^{235}_{92}\text{U}$ сопровождается выбросом нескольких нейтронов, что делает возможным осуществление цепной ядерной реакции. Цепная реакция характеризуется тем, что количество нейтронов, рождающихся в каждом поколении, нарастает в геометрической прогрессии.

Испускаемые при делении ядер $^{235}_{92}\text{U}$ нейтроны имеют энергию ~ 2 МэВ, что соответствует скорости $\sim 2 \cdot 10^7$ м/с. Время между испусканием нейтрона и захватом его новым делящимся ядром очень мало, поэтому процесс размножения нейтронов в делящемся веществе протекает очень быстро.

Часть образовавшихся нейтронов не участвует в процессах деления. Многие из них покидают зону реакции прежде, чем будут захвачены каким-либо ядром и вызовут его деление. Часть нейтронов поглощается ядрами неделящихся примесей.

Природный уран содержит 99,27 % изотопа $^{238}_{92}\text{U}$, 0,72 % $^{235}_{92}\text{U}$ и около 0,01 % $^{234}_{92}\text{U}$. На каждое делящееся под действием медленных нейтронов ядро $^{235}_{92}\text{U}$ приходится 140 ядер $^{238}_{92}\text{U}$, которые захватывают не слишком быстрые нейтроны без деления, поэтому в природном уране цепная реакция деления не возникает.

Цепную реакцию в уране можно осуществить двумя способами.

Первый способ. На нем основано действие атомной бомбы. В куске чистого урана $^{235}_{92}\text{U}$ (или $^{239}_{94}\text{Pu}$) каждый захваченный ядром нейтрон вы-

зывает деление с испусканием около 2,5 новых нейтронов. Если масса такого куска меньше определенного критического значения, то большинство испущенных нейтронов вылетает наружу, не вызвав деления — цепная реакция не возникает. При массе больше критической нейтроны быстро размножаются, и реакция приобретает взрывной характер.

Ядерный заряд такой бомбы представляет собой два или более кусков почти чистого $^{235}_{92}\text{U}$ или $^{239}_{94}\text{Pu}$. Масса каждого куска меньше критической, вследствие чего цепная реакция не возникает.

16 июня 1945 г. в США был осуществлен первый экспериментальный взрыв атомной бомбы. 29 августа 1949 г. прошло испытание атомной бомбы в СССР.

Второй способ. Используется при осуществлении цепной реакции в ядерных реакторах. В качестве делящегося вещества в реакторах служит природный (либо несколько обогащенный изотопом $^{235}_{92}\text{U}$) уран. Чтобы предотвратить радиационный захват нейтронов ядрами $^{238}_{92}\text{U}$ (особенно интенсивен при энергии нейтронов ~ 7 эВ), небольшие блоки делящегося вещества размещают на некотором расстоянии друг от друга, а промежутки между блоками заполняют замедлителем — веществом, в котором нейтроны замедляются до тепловых энергий.

Сечение захвата тепловых нейтронов ядром $^{238}_{92}\text{U}$ составляет 3 барна, а сечение деления $^{235}_{92}\text{U}$ тепловыми нейтронами примерно в 200 раз больше (580 барн). Хотя нейтроны сталкиваются с ядрами $^{238}_{92}\text{U}$ в 140 раз чаще, чем с ядрами $^{235}_{92}\text{U}$, радиационный захват происходит реже, чем деление. При больших размерах всего устройства коэффициент размножения нейтронов (отношение количества нейтронов, рождающихся в двух последующих поколениях) может быть больше единицы и необходим для устойчивой ядерной реакции.

Замедление нейтронов проще всего осуществить за счет упругого рассеяния. Максимальное количество энергии теряется тогда, когда обе частицы имеют одинаковую массу. Идеальным замедлителем в этом случае должно быть вещество, содержащее обычный водород, например вода (массы протона и нейтрона примерно одинаковы). Однако такие вещества оказались непригодными в качестве замедлителя, потому что протоны поглощают нейтроны, вступая с ними в реакцию

$$p(n, \gamma)d.$$

Ядра замедлителя должны обладать малым сечением захвата нейтронов и большим сечением упругого рассеяния. Этому условию удовлетворяют дейтрон d (ядро тяжелого водорода — дейтерия (D)), а также ядра графита (C) и бериллия (Be).

Для уменьшения энергии нейтрона от 2 МэВ до тепловых энергий в тяжелой воде (D_2O) достаточно около 25 столкновений, в углероде или бериллии — примерно 100 столкновений.

Первый уран-графитовый реактор был пущен в декабре 1942 г. в Чикагском университете под руководством итальянского физика Э. Ферми.

В Советском Союзе реактор такого же типа был пущен под руководством И. В. Курчатова в декабре 1946 г. в Москве.

Схема уран-графитового реактора приведена на рис. 5.9: 1 — графитовый замедлитель, 2 — топливные стержни, 3 — поглотители, стержни, содержащие кадмий или бор. Эти элементы интенсивно поглощают нейтроны. Введение стержней в реактор уменьшает коэффициент размножения нейтронов, а выведение — увеличивает. Специальное автоматическое устройство, управляющее стержнями, позволяет поддерживать развиваемую в реакторе мощность на заданном уровне. Регулирование значительно облегчается, так как часть нейтронов при делении ядер испускается не мгновенно, а с запаздыванием до 1 мин.

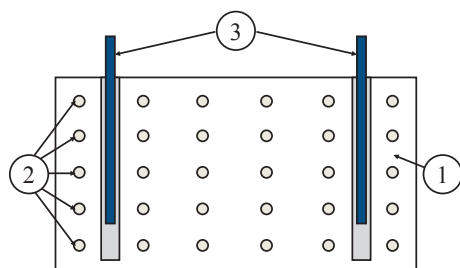


Рис. 5.9

Первые промышленные реакторы предназначались для производства делящегося материала для атомных бомб — плутония. В таких реакторах часть нейтронов, испускаемых при делении ядер $^{235}_{92}U$, идет на поддержание цепной реакции, часть же претерпевает радиационный захват ядрами $^{238}_{92}U$, приводящий в конечном итоге к образованию $^{239}_{94}Pu$ (см. схему (5.10)). Урановые блоки, в которых накопилось достаточное количество $^{239}_{94}Pu$, извлекают из реактора и направляют на химическую переработку для выделения из них плутония.

Применение ядерной энергии для мирных целей было впервые осуществлено в СССР под руководством И. В. Курчатова. В 1954 г. в Советском Союзе была введена в эксплуатацию первая атомная электростанция мощностью 5000 кВт. Схема и принцип работы атом-

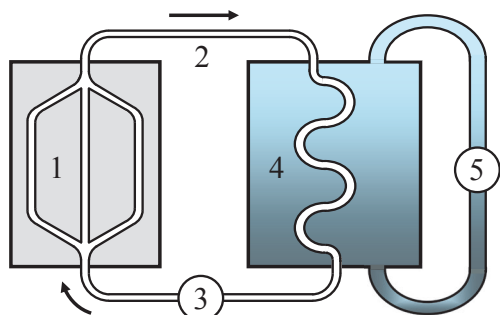


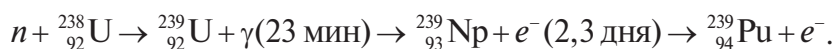
Рис. 5.10

ной электростанции изображены на рис. 5.10.

Энергия, выделяемая в активной зоне реактора 1, снимается теплоносителем, циркулирующим в контуре 2. Циркуляция обеспечивается насосом 3. В качестве теплоносителя применяются вода или щелочные металлы с низкой температурой плавления,

например натрий ($T_{\text{пл}} = 98^\circ\text{C}$). В теплообменнике 4 теплоноситель отдает свою теплоту воде, превращая ее в пар, вращающий турбину 5.

Реакторы на быстрых нейтронах. Изотоп урана $^{238}_{92}\text{U}$ делится только быстрыми нейтронами с энергией > 1 МэВ. Однако вследствие столкновений энергия нейтронов деления быстро падает до значений < 1 МэВ. В результате захвата нейтрона с энергией 38 эВ ядро урана-238 может не расщепиться, а превратиться через последовательные β -распады в новые трансурановые элементы *нептуний* и *плутоний*. Реакция идет по схеме



При обогащении урана до 20–30 % число вторичных нейтронов на один захват резко увеличивается. Тогда необходимость в замедлителе отпадает, и реактор можно сделать очень компактным. Реактор мощностью 250 МВт имеет активную зону величиной с ведро. Реакторы на быстрых нейтронах являются «второй волной» ядерной энергетики. В процессе работы при первоначальной загрузке урана-235, плутония или их смеси идет превращение балластного урана-238 в плутоний, который делится так же легко, как уран-235, порождая в среднем 2,92 нейтрона. Это и есть процесс воспроизводства ядерного топлива.

В заключение отметим, что побочными продуктами процессов, протекающих в ядерных реакторах, являются радиоактивные изотопы многих химических элементов, которые находят разнообразное применение в биологии, медицине и технике.

5.10. Синтез атомных ядер

Как и деление тяжелых ядер, ядерный синтез сопровождается выделением огромного количества энергии. Для синтеза ядер необходимы очень высокие температуры, поэтому данный процесс называется термоядерной реакцией.

Чтобы преодолеть потенциальный барьер, обусловленный кулоновским отталкиванием, ядра с порядковыми номерами Z_1 и Z_2 должны обладать энергией

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\text{я}}^2},$$

где $r_{\text{я}}$ — радиус действия ядерных сил, равный примерно $2 \cdot 10^{-15}$ м. Даже для ядер с порядковыми номерами $Z_1 = Z_2 = 1$ эта энергия составляет

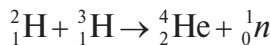
$$E = 1,15 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \approx 0,7 \text{ МэВ}.$$

На долю каждого сталкивающегося ядра приходится 0,35 МэВ. Средней энергии теплового движения, равной 0,35 МэВ, соответствует температура порядка $2 \cdot 10^9$ К.

Синтез легких ядер может протекать и при значительно меньших температурах, поскольку из-за случайного распределения частиц по скоростям всегда имеется некоторое число ядер, энергия которых значительно превышает среднее значение. Слияние ядер может произойти вследствие туннельного эффекта, поэтому некоторые термоядерные реакции протекают с заметной интенсивностью уже при температурах порядка 10^7 К.

Особенно благоприятны условия для синтеза ядер дейтерия и трития, так как реакция между ними носит резонансный характер.

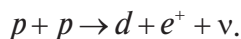
Реакция синтеза ядра дейтерия (${}^2_1\text{H}$) и ядра трития (${}^3_1\text{H}$)



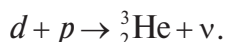
сопровождается выделением энергии, равной 17,6 МэВ, что составляет около 3,5 МэВ на нуклон. Для сравнения — деление ядра урана приводит к высвобождению приблизительно 0,85 МэВ на нуклон.

Синтез ядер водорода в ядра гелия является основным источником энергии Солнца и других звезд, температура в недрах которых достигает $10^7 \cdot 10^8$ К. Этот синтез может осуществляться двумя путями.

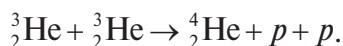
При более низких температурах имеет место *протонно-протонный* цикл. Вначале происходит синтез двух протонов с образованием дейтрона, позитрона и нейтрино:



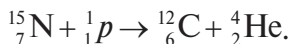
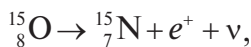
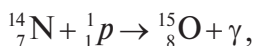
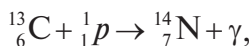
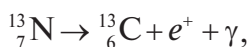
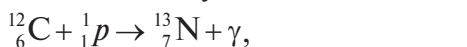
Образовавшийся дейтрон, сталкиваясь с протоном, объединяется с ним в ядро ${}^3_2\text{He}$:



Последнее звено цикла образует реакция



При более высоких температурах большей вероятностью обладает предложенный Х. Бете *углеродный* (или *углерод-азотный*) цикл, который состоит из следующих звеньев:



Итогом углеродного цикла является исчезновение четырех протонов и образование одной α -частицы. Количество ядер углерода остается неизменным; эти ядра участвуют в реакции в роли катализатора.

Для осуществления управляемых термоядерных реакций необходимо создать и поддерживать в некотором объеме температуру порядка 10^8 К. При столь высокой температуре вещество представляет собой полностью ионизированную плазму.

При осуществлении управляемой термоядерной реакции возникают огромные трудности. Наряду с необходимостью получить чрезвычайно высокие температуры возникает проблема удержания плазмы в заданном объеме. Соприкосновение плазмы со стенками сосуда приведет к ее остыванию. Стенка из любого вещества при такой температуре немедленно испарится, поэтому для удержания плазмы в заданном объеме приходится использовать магнитное поле. Силы, действующие в этом поле на движущиеся заряженные частицы, заставляют

их перемещаться по траекториям, расположенным в ограниченной части пространства.

Одно из основных направлений решения проблемы — создание установок типа ТОКАМАК (сокращение от названия «тороидальная камера с магнитными катушками»).

Такая установка представляет собой замкнутую магнитную ловушку, имеющую форму тора. Плазма удерживается в ТОКАМАКЕ магнитным полем очень сложной конфигурации. Разогрев плазмы осуществляется протекающим по ней током.

В установке Т-10 плазма имеет температуру $(7-8) \cdot 10^6$ К и плотность 10^{20} частиц/м³. Плазменный шнур создается в объеме, равном 5 м³, за время 1 с. Этого недостаточно для самоподдерживающейся термоядерной реакции. Необходимо пройти путь, который в 20 раз больше произведения плотности плазмы на время ее удержания. Температуру необходимо увеличить.

Тритиевая термоядерная реакция



имеющая самую низкую температуру поджига $\sim 10^8$ К, осуществлена в 1991 г. На ТОКАМАКЕ JET (*Joint European Torus*) в течение 2 с генерировалась мощность более 1 МВт.

Кроме квазистационарных систем типа ТОКАМАК, исследуются также импульсные системы, в которых крупинки смеси дейтерия и трития подвергаются воздействию мощных импульсов лазерного излучения или электронных пучков.

5.11. Основные понятия, формулы и законы

5.11.1. Полная энергия, энергия связи, удельная энергия связи

- Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = m_0 c^2 + T.$$

- Согласно закону сохранения полной релятивистской энергии,

$$\sum m_0 c^2 + \sum T = \sum m'_0 c^2 + \sum T',$$

где $\sum m_0 c^2$ и $\sum m'_0 c^2$ — сумма энергий покоя частиц соответственно до и после реакции, а $\sum T$ и $\sum T'$ — сумма их кинетических энергий до и после реакции.

- Энергия связи нуклонов в ядре:

$$E_{\text{CB}} = c^2 \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} \},$$

где c — скорость света в вакууме; m_p — масса протона; m_n — масса нейтрона; z — порядковый номер элемента; A — массовое число; $m_{\text{я}}$ — масса ядра.

- Энергия связи нуклонов в ядре:

$$E_{\text{CB}} = c^2 \{ [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{A}}] - m_{\text{A}} \},$$

где m_{H} — масса атома водорода; m_{A} — масса атома.

Дефект массы:

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}.$$

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна

$$E_{\text{CB}} = 931,4 \Delta m,$$

где Δm — дефект массы в а. е. м; 931,4 — коэффициент пропорциональности

$$(1 \text{ а. е. м} \approx 931,4 \text{ МэВ}).$$

- Удельная энергия связи:

$$\delta E_{\text{CB}} = \frac{E_{\text{CB}}}{A}.$$

5.11.2. Кинетический закон радиоактивного распада

- Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N — число ядер, не распавшихся к моменту времени t ; N_0 — число ядер в начальный момент; λ — постоянная радиоактивного распада.

- Число ядер, распавшихся за время t :

$$\Delta N = N - N_0 = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

- Если промежуток времени Δt , за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

- Число ядер $N_2(t)$ дочернего изотопа изменяется с течением времени по закону

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}),$$

где λ_1 и λ_2 — соответственно постоянная радиоактивного распада (материнского) исходного и (дочернего) конечного радиоактивного препарата; $N_1(0)$ — число ядер материнского изотопа в момент времени $t = 0$.

- Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

- Среднее время жизни τ радиоактивного ядра то есть промежуток времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

- Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе:

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где m — масса изотопа; μ — молярная масса; N_A — число Авогадро.

5.11.3. Активность радиоактивного препарата

- Активность A радиоактивного изотопа:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

или

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN — число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; N — число радиоактивных атомов в момент времени t , N_0 — число радиоактив-

ных атомов в начальный момент времени ($t = 0$), A_0 — активность изотопа в начальный момент времени.

- Удельная активность изотопа:

$$a = \frac{A}{m},$$

где m — масса препарата.

- Интенсивность I узкого пучка монохроматических γ -лучей, прошедших сквозь слой вещества толщиной x , уменьшается по закону

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 — интенсивность излучения, падающего на слой; μ — линейный коэффициент ослабления вещества.

5.11.4. Энергия ядерной реакции

- Энергия ядерной реакции:

$$Q = c^2 [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

где m_1 и m_2 — массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; $(m_3 + m_4)$ — сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

- При числовом подсчете энергии атомной реакции массы ядер удобно заменить массами нейтральных атомов, выраженных в атомных единицах массы (а.е.м.), а энергию ядерной реакции вычислять во внесистемных единицах (МэВ). При этом коэффициент пропорциональности определяется по формуле $c^2 = 931,4$ МэВ/нуклон, где c — скорость света в вакууме.

5.12. Общие методические указания

.....

5.12.1. Ядерные реакции

Решение задач на ядерные реакции основано на применении законов сохранения: 1) электрического заряда; 2) суммарного числа нуклонов; 3) энергии; 4) импульса.

Первые два закона позволяют правильно записывать ядерные реакции даже в тех случаях, когда одна из частиц — участников реакции или ее продуктов — не дана. Записав реакцию, мы определяем неизвестную частицу.

С помощью следующих двух законов находят кинетические энергии частиц — продуктов реакции, а также направления их разлета.

Процесс столкновения бомбардирующей частицы с ядром-мишенью, при котором частица поглощается ядром, рассматривают как *неупругий удар* и применяют при этом закон сохранения импульса, как и в соответствующих задачах механики.

В законе сохранения энергии, записанном для ядерных реакций, под полной энергией подразумевается полная *релятивистская* энергия, определяемая формулой $E = mc^2$.

Эта энергия mc^2 равна сумме энергии покоя частицы m_0c^2 и ее кинетической энергии T .

Согласно закону сохранения полной релятивистской энергии,

$$\sum m_0c^2 + \sum T = \sum m'_0c^2 + \sum T',$$

где $\sum m_0c^2$ и $\sum m'_0c^2$ — сумма энергий покоя частиц соответственно до и после реакции, а $\sum T$ и $\sum T'$ — сумма их кинетических энергий до и после реакции.

Поскольку в справочных таблицах приводятся значения масс атомов, а не ядер, то удобнее вычислять энергию связи ядра через массу атома водорода и массу данного атома.

При вычислении энергии реакции также заменяют массы покоя ядер массами атомов. Эта замена не влияет на величину разности, стоящей в скобках, так как уменьшаемое и вычитаемое при этом возрастают на одну и ту же величину.

Обычно при ядерных реакциях энергия измеряется величинами порядка 10 МэВ, а энергия покоя даже самого легкого ядра — ядра водорода ^1H (то есть протона) — равна 938 МэВ. Отсюда следует, что, вычисляя скорости частиц, ядер или отдельных нуклонов, их можно заведомо считать классическими в следующих случаях:

- если данные частицы являются продуктами ядерной реакции, вызванной столкновением медленных частиц;
- если речь идет об определении порога реакции.

Вместе с тем, энергия ядерной реакции, как правило, превышает энергию покоя легких частиц, электронов и позитронов, равную 0,511 МэВ. Поэтому, находя скорости или импульсы этих частиц (если они являются продуктами реакции), следует пользоваться релятивистскими формулами.

5.12.2. Радиоактивность

Решая задачи на явление радиоактивности, следует различать два случая.

1. Радиоактивный распад изолированного вещества.

В этом случае используют закон радиоактивного распада в форме

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Если из условия задачи следует, что время распада Δt пренебрежимо мало по сравнению с периодом полураспада $T_{1/2}$ данного радиоизотопа ($\Delta t \ll T_{1/2}$), тогда число не распавшихся ядер N можно считать практически постоянным в течение всего времени Δt и равным их начальному числу N_0 . Следовательно, число распавшихся ядер ΔN можно находить по формуле $\Delta N = \lambda N_0 \Delta t$.

2. Радиоактивный распад одного радиоактивного вещества (дочернего), взятого в смеси с другим радиоактивным веществом (материнским), из которого оно возникает.

В этом случае пользуются соотношением, выражающим закон изменения со временем числа ядер дочернего вещества:

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

Обратим внимание на особый случай: если период полураспада $(T_{1/2})_1$ материнского вещества существенно превышает период полураспада $(T_{1/2})_2$ дочернего вещества, то есть $(T_{1/2})_1 \gg (T_{1/2})_2$, то по истечении некоторого промежутка времени устанавливается радиоактивное равновесие между этими веществами. При этом число ежесекундно распадающихся ядер дочернего вещества равно числу вновь образующихся ядер этого же вещества в результате распада ядер материнского вещества. Поскольку активности обоих веществ становятся одинаковыми, имеет место соотношение

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{(T_{1/2})_1}{(T_{1/2})_2}.$$

В некоторых задачах требуется найти число атомов N , содержащихся в данной массе m некоторого радиоизотопа ${}^A_Z\text{X}$ (здесь X — химический символ данного элемента; Z — атомный номер, равный числу протонов в ядре; A — массовое число, равное суммарному числу протонов и нейтронов, то есть числу нуклонов в ядре). Для этого пользуются соотношением

$$N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu},$$

где N_A — постоянная Авогадро; ν — число молей, содержащихся в данном препарате; μ — молярная масса изотопа. Напомним, что между молярной массой μ изотопа и его относительной атомной массой M существует соотношение $\mu = M10^{-3}$, кг/моль.

Следует иметь в виду, что для любого изотопа величина M выражается числом, весьма близким к его массовому числу, то есть $\mu \approx A10^{-3}$ кг/моль.

5.13. Алгоритм и примеры решения задач

5.13.1. Энергия связи ядра. Удельная энергия связи

1. Выписать соответствующую формулу для расчета энергии связи или удельной энергии связи ядра.
2. Взять из таблицы массы: протона, нейтрона и атомов химических элементов, участвующих в реакции.
3. Табличные значения подставить в соответствующую формулу или формулы.
4. Произвести расчет.
5. Написать ответ.

Пример 5.1. Сравнить удельную энергию связи трития ${}^3_1\text{H}$ и легкого изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$.

Дано:

 ${}^3_1\text{H},$ ${}^3_2\text{He}.$

$$\left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{H}} = ?$$

$$\left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{He}} = ?$$

Решение

1. Энергия связи ядра рассчитывается по формуле

$$E_{\text{CB}} = c^2 \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} \}.$$

2. Удельная энергия связи ядра один нуклон равна

$$\delta E_{\text{CB}} = \frac{E_{\text{CB}}}{A}.$$

3. Напишем формулы для расчета удельной энергии связи трития и легкого изотопа гелия. Эти формулы будут являться решением данной задачи в общем виде.

$$(\delta E_{\text{CB}})_{\text{H}} = \left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{H}} = \frac{c^2 \{ [1m_p + (3-1)m_n] - m_{\text{H}} \}}{3}, \quad (5.16)$$

$$(\delta E_{\text{CB}})_{\text{He}} = \left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{He}} = \frac{c^2 \{ [2m_p + (3-2)m_n] - m_{\text{He}} \}}{3}. \quad (5.17)$$

4. Табличные значения масс нуклонов и атомов:

$$m_p = 1,00727647 \text{ а. е. м};$$

$$m_n = 1,008665012 \text{ а. е. м};$$

$$m_{\text{H}} = 3,01605 \text{ а. е. м};$$

$$m_{\text{He}} = 3,01603 \text{ а. е. м}.$$

5. Подставим табличные значения в формулы (5.16) и (5.17) и произведем расчет:

$$\left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{H}} = \frac{931,4\{[1 \cdot 1,00727647 + (3-1) \cdot 1,008665012] - 3,01605\}}{3} = 2,65477 \text{ МэВ},$$

$$\left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{He}} = \frac{931,4\{[2 \cdot 1,00727647 + (3-2) \cdot 1,008665012] - 3,01603\}}{3} = 2,2328 \text{ МэВ}.$$

Расчет проведен во внесистемных единицах.

6. Удельная энергия связи трития больше удельной энергии связи легкого гелия. Ядро трития прочнее ядра легкого гелия.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{H}} = 2,65477 \text{ МэВ}.$$

$$\left(\frac{E_{\text{CB}}}{A}\right)_{\text{He}} = 2,2328 \text{ МэВ}.$$

5.13.2. Радиоактивность

1. Записать кинетический закон радиоактивного распада.
2. Выписать формулы и математические выражения для активности радиоактивного препарата, связи активности с периодом полураспада и постоянной распада и средним временем жизни.
3. Преобразовать закон радиоактивного распада к условиям конкретной задачи.
4. Решить полученное уравнение или уравнения относительно искомых величин.
5. Произвести вычисления.
6. Написать ответ.

Пример 5.2. Найти среднюю продолжительность жизни τ ядер радиоактивного изотопа кобальта ${}^{60}_{27}\text{Co}$.

Дано:

${}^{60}_{27}\text{Co}$.

$\tau = ?$

Решение

1. Среднее время жизни ядра радиоактивного изотопа найдем по формуле

$$\tau = \frac{1}{\lambda}, \quad (5.18)$$

где λ — постоянная радиоактивного распада.

2. Постоянная радиоактивного распада связана с периодом полураспада соотношением

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad (5.19)$$

где $T_{1/2}$ — период полураспада.

3. Подставим (5.19) в (5.18) и получим расчетную формулу, то есть решение в общем виде:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}. \quad (5.20)$$

4. Из таблицы выпишем период полураспада кобальта ${}^{60}_{27}\text{Co}$, который равен $T_{1/2} = 5,3$ года.

5. Подставим это значение периода полураспада в общее решение (3) и произведем расчет среднего времени жизни:

$$\tau = \frac{5,3}{0,69} = 7,68 \text{ г.}$$

Ответ: $\tau = 7,68$ года.

Пример 5.3. Определить начальную активность A_0 радиоактивного магния ${}^{27}_{12}\text{Mg}$ массой 0,2 мкг, а также активность A по истечении времени 1 час. Предполагается, что все атомы изотопа радиоактивны.

Дано:

$m = 0,2 \text{ мкг} =$	$2 \cdot 10^{-10} \text{ кг},$
$t = 1 \text{ ч} =$	3600 с

$$A_0 = ? \quad A = ?$$

Решение

1. Начальная активность изотопа:

$$A_0 = \lambda N_0, \quad (5.21)$$

где λ — постоянная радиоактивного распада; N_0 — количество атомов изотопа в начальный момент.

2. Выразим постоянную радиоактивного распада через период полураспада:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (5.22)$$

3. Найдем количество атомов изотопа в начальный момент времени:

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_A. \quad (5.23)$$

4. Найдем решение в общем виде, подставив в формулу (5.21) выражения (5.22) и (5.23). Получим решение в общем виде для начальной активности препарата:

$$A_0 = \frac{m N_A}{\mu T_{1/2}} \ln 2.$$

5. Подставим входящие в эту формулу величины в СИ. Молярная масса данного изотопа: $\mu = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а период полураспада: $T_{1/2} = 10$ мин = 600 с.

6. Произведем расчет начальной активности радиоактивного препарата:

$$A_0 = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{27 \cdot 10^{-3} \cdot 600} \ln 2 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк.}$$

7. Активность изотопа уменьшается со временем по закону

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (5.24)$$

8. Заменим в формуле (5.24) постоянную распада λ ее выражением (5.22), получим:

$$A = A_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 (e^{\ln 2})^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

9. Так как $e^{\ln 2} = 2$, найдем решение в общем виде:

$$A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}}.$$

10. Сделаем подстановку числовых значений и произведем расчет активности препарата к моменту времени t :

$$A = \frac{5,15 \cdot 10^{12}}{2^{3600/600}} = 8,05 \text{ Бк.}$$

Ответ: $A_0 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк,}$
 $A = 8,05 \text{ Бк.}$

5.13.3. Ядерные реакции

1. Записать уравнение ядерной реакции.
2. Используя закон сохранения электрического заряда, найти электрический заряд неизвестной частицы или ядра.
3. Используя закон сохранения массового числа при ядерной реакции, определить массовое число родившейся частицы или дочернего ядра.
4. Определить появившуюся частицу или дочернее ядро, воспользовавшись полученными значениями порядкового номера элемента и его массового числа.
5. При необходимости рассчитать энергетический выход реакции.
7. Написать ответ.

Пример 5.4. Найти энергию ядерной реакции: ${}^9_4\text{Be} + {}^1_4\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^6_3\text{Li}$.

Дано:

Уравнение
реакции

$Q = ?$

Решение

1. Энергию ядерной реакции найдем по формуле (это решение в общем виде):

$$Q = 931,4[(m_{\text{Be}} + m_{\text{H}}) - (m_{\text{He}} + m_{\text{Li}})] \text{ МэВ.} \quad (5.25)$$

2. При числовом подсчете массы ядер заменим массами нейтральных атомов, взятых из таблицы:

$$m_{\text{Be}} = 9,01219 \text{ а.е.м.};$$

$$m_{\text{He}} = 4,00260 \text{ а.е.м.};$$

$$m_{\text{H}} = 1,00783 \text{ а.е.м.};$$

$$m_{\text{Li}} = 6,01513 \text{ а.е.м.}$$

3. Подставим значения масс в формулу (5.25):

$$Q = 931,4[(9,01219 + 1,00783) - (4,00260 + 6,01513)] = 2,13 \text{ МэВ.}$$

4. Реакция идет с выделением тепла, поскольку $Q > 0$.

Ответ: $Q = 2,13 \text{ МэВ}$.

Оглавление

1. КВАНТОВАЯ ОПТИКА.....	3
1.1. Тепловое излучение	3
1.1.1. Тепловое излучение нагретых тел.....	3
1.1.2. Проблема теплового излучения.....	5
1.1.3. Характеристики теплового излучения.....	7
1.1.4. Закон Кирхгофа.....	10
1.1.5. Законы излучения АЧТ	12
1.1.6. Формула Планка и ее следствия	15
1.2. Фотоэлектрический эффект	18
1.2.1. Явление внешнего фотоэффекта. Экспериментальные законы фотоэффекта.....	18
1.2.2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Объяснение законов фотоэффекта.....	21
1.2.4. Другие виды фотоэлектрического эффекта	23
1.3. Фотоны	24
1.4. Эффект Комптона.....	26
1.5. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Квантовая оптика» ..	31
1.6. Алгоритм решения задач в разделе «Квантовая оптика»	33
1.7. Примеры решения задач.....	33
1.7.1. Тепловое излучение.....	33
1.7.2. Фотоэффект.....	38
1.7.3. Эффект Комптона.....	44
2. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА.....	51
2.1. Дуализм света	51
2.2. Гипотеза де Бройля	53
2.2.1. Двойственная корпускулярно-волновая природа частиц вещества.....	53
2.2.2. Опытное подтверждение волновых свойств частиц вещества — гипотезы де Бройля	55
2.3. Соотношение неопределенностей как проявление волновых свойств....	58
2.4. Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция	63
2.5. Уравнение Шрёдингера	65
2.6. Движение свободной частицы.....	67
2.7. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими стенками.....	68
2.8. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект	72
2.9. Линейный гармонический осциллятор.....	73
2.10. Общие методические указания к решению задач в разделе «Квантовая механика»	75
2.11. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Квантовая механика» ...	76
2.12. Алгоритм решения задач в разделе «Квантовая механика»	78
2.12. Примеры решения задач	78
2.12.1. Волны де Бройля	78
2.12.2. Соотношение неопределенностей.....	81
2.12.3. Уравнение Шрёдингера	87

3. ФИЗИКА АТОМА	90
3.1. Модели атомов	90
3.1.1. Историческая справка	90
3.1.2. Модель атома Томсона	91
3.1.3. Модель атома Резерфорда («Планетарная модель»)	92
3.1.4. Модель атома Бора	96
3.1.5. «Комбинационный принцип» Ритца	97
3.1.6. Основные понятия, формулы и законы в разделе «Модели атома»	99
3.1.7. Алгоритм решения задач в разделе «Модели атома»	100
3.1.8. Примеры решения задач в разделе «Модели атома»	100
3.2. Квантовая теория атома	106
3.2.1. Квантово-механическая задача для атома водорода. Электрон в сферически симметричном поле	106
3.2.2. Квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное	107
3.2.3. Обозначение электронных состояний. Волновые функции	110
3.2.4. Линейчатый спектр атома водорода	113
3.2.5. Опыт Штерна и Герлаха	115
3.2.6. Спин электрона. Спиновое квантовое число	117
3.2.7. Кратность вырождения состояний	119
3.2.8. Распределение электронов в атоме по состояниям	121
3.2.9. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева	122
3.2.10. Рентгеновское излучение. Коротковолновая граница рентгеновского спектра	125
3.2.11. Закон Мозли	128
3.2.12. Элементы квантовой электроники. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения	129
3.2.13. Оптические квантовые генераторы	132
3.3. Основные понятия, формулы и законы	137
3.4. Общие методические указания к решению задач	140
3.4.1. Квантовые числа, спектры излучения	140
3.4.2. Постоянная Ридберга	141
3.4.3. Закон Мозли	142
3.5. Алгоритм и примеры решения задач	142
3.5.1. Электронная конфигурация	142
3.5.2. Волновая функция	144
3.5.3. Закон Мозли	146
3.5.4. Поглощение излучения веществом	148
4. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ	150
4.1. Элементарные частицы	150
4.1.1. Элементарные частицы и их характеристики	150
4.1.2. Кварковая модель строения вещества	155
4.1.3. Основные понятия, формулы и законы раздела «Элементарные частицы»	158
4.1.4. Алгоритм решения задач в разделе «Элементарные частицы»	159
4.1.5. Примеры решения задач в разделе «Элементарные частицы»	159
4.2. Фундаментальные взаимодействия	160
4.3. Космическое излучение	162
4.4. Частицы и античастицы	164
4.5. Классы элементарных частиц	168
4.6. Общие свойства частиц	169
4.7. Особые свойства элементарных частиц	170

4.8. Законы сохранения	171
4.9. Кварки	173
4.10. Квантовая хромодинамика (КХД)	176
4.11. Единая теория взаимодействий	178
4.12. Фундаментальные составляющие вещества	182
4.13. Основные понятия, формулы и законы	183
4.13.1. Полная энергия, импульс релятивистской частицы	183
4.13.2. Квантовые числа элементарных частиц	184
4.14. Алгоритм решения задач	184
4.15. Примеры решения задач	185
5. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА	191
5.1. Атомное ядро	191
5.1.1. Состав атомного ядра	191
5.1.2. Открытие радиоактивных элементов	193
5.1.3. Закон радиоактивного распада	194
5.1.4. Ядерные реакции	196
5.1.5. Закон сохранения энергии в ядерных реакциях	197
5.1.6. Деление тяжелых ядер	198
5.1.7. Синтез легких ядер	199
5.1.8. Радиационная экология. Воздействие излучений на вещество ...	201
5.1.9. Единицы измерения излучений	201
5.1.10. Основные понятия, формулы законы в разделе «Атомное ядро» ...	202
5.1.11. Алгоритм решения задач в разделе «Атомное ядро»	203
5.1.12. Примеры решения задач в разделе «Атомное ядро»	203
5.2. Состав и характеристики атомного ядра	205
5.2.1. Состав атомного ядра	205
5.2.2. Характеристики атомного ядра	206
5.3. Дефект массы и энергия связи ядра	208
5.4. Модели атомных ядер	210
5.5. Ядерные силы	213
5.5.1. Особенности сильного взаимодействия	213
5.5.2. Природа ядерных сил	213
5.6. Радиоактивность	217
5.7. Виды радиоактивных превращений	220
5.7.1. Альфа-распад	221
5.7.2. Бета-распад	223
5.8. Ядерные реакции	226
5.9. Деление тяжелых ядер	229
5.10. Синтез атомных ядер	235
5.11. Основные понятия, формулы и законы	237
5.11.1. Полная энергия, энергия связи, удельная энергия связи	237
5.11.2. Кинетический закон радиоактивного распада	238
5.11.3. Активность радиоактивного препарата	239
5.11.4. Энергия ядерной реакции	240
5.12. Общие методические указания	240
5.12.1. Ядерные реакции	240
5.12.2. Радиоактивность	242
5.13. Алгоритм и примеры решения задач	243
5.13.1. Энергия связи ядра. Удельная энергия связи	243
5.13.2. Радиоактивность	245
5.13.3. Ядерные реакции	248

Учебное издание

Костина Татьяна Кирилловна
Гущин Владимир Силантьевич
Вандышева Ирина Владимировна

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ФИЗИКУ

Редактор М. А. Терновая
Верстка О. П. Игнатьевой

Подписано в печать 15.03.2018. Формат 70×100/16.
Бумага офсетная. Цифровая печать. Усл. печ. л. 20,3.
Уч.-изд. л. 13,3. Тираж 50 экз. Заказ 48

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: +7 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: +7 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: +7 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

